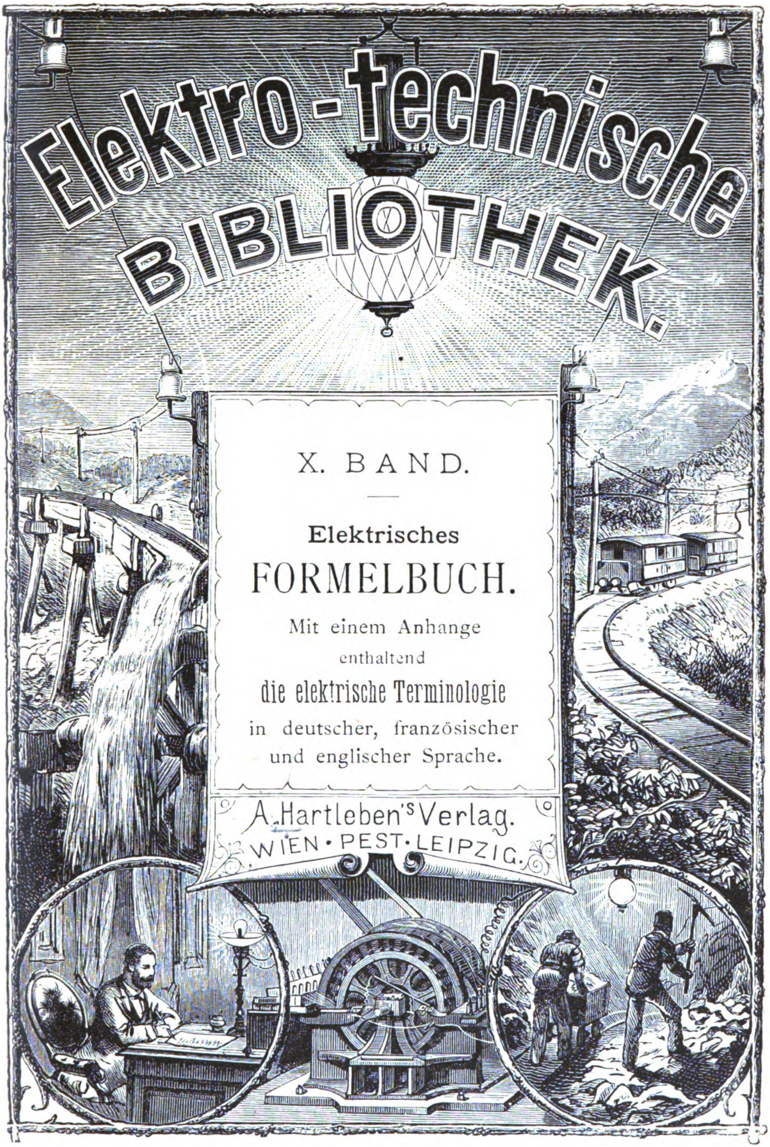

Elektro-technische
BIBLIOTHEK.
X. BAND.
Elektrisches
FORMELBUCH.
Mit einem Anhange
enthaltend
die elektrische Terminologie
in deutscher, französischer
und englischer Sprache.
A. Hartleben's Verlag.
WIEN · PEST · LEIPZIG.

Elektrisches Formelbuch.

Mit einem Anhange

enthaltend

die elektrische Terminologie in deutscher, französischer und englischer Sprache.

Von

Dr. P. Zech,

Prof. der Physik am Polytechnikum in Stuttgart.

Mit 15 Abbildungen.

WIEN. PEST. LEIPZIG.

A. HARTLEBEN'S VERLAG.

1883.

K. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme in Wien.

Vorwort.

Bei der Zusammenstellung von Formeln aus der Lehre von der Elektricität lag das Bestreben zu Grunde, alles das zu geben, was der Elektrotechniker an bekannten Formeln braucht, wenn er eine Aufgabe der Elektrotechnik auf mathematischem Wege lösen will, um ihm das Nachschlagen an verschiedenen zerstreuten Orten zu ersparen. Es kommen hier zunächst die Formeln, welche zur Verwerthung von Beobachtungen an Bussolen, Galvanometern, Dynamometern u. s. w. dienen, und es wurde darum der Artikel „Schwingung" einmal allgemein behandelt und dann die besonderen Methoden, die sich daran knüpfen, Multiplication und Zurückwerfung, für sich aufgenommen, um das Auffinden des zu einer bestimmten Aufgabe Nöthigen zu erleichtern. Die absoluten Messungen, die Masseinheiten und die Dimensionen der zu messenden Grössen sind nach den Beschlüssen des Elektrikercongresses in Paris vom Herbst 1881 in Gramm, Centimeter und Secunden ausgedrückt; für die Siemens-Einheit und die elektrolytische Einheit sind die neuesten

Zahlen von Kohlrausch und Siemens benutzt. Die Sätze der Elektrodynamik nach Ampère, soweit sie für die Ablenkung von Magneten und Spulen von Interesse sind, finden sich kurz zusammengestellt und ihre Verwendung für Bussolen insbesondere dargestellt. Auch die Formeln der neueren Wärmelehre wurden hereinbezogen, da bei den Dynamomaschinen die Wärme-Erzeugung eine grosse Rolle spielt, wenn auch theoretisch noch wenig darüber zu sagen ist. Das Potential in seiner Anwendung auf Vertheilung der Elektricität und auf Strombildung ist aufgenommen, daran anschliessend die Sätze über den Strom, die Stromverzweigung, die Messungen, die hierauf beruhen, und die beste Verwendung der Batterien. Ausser diesen grundlegenden Formeln kommt dann noch das Wenige, was bis jetzt an allgemeinen Formeln in der Elektrotechnik selbst aufgestellt worden ist, über Wirkung und Widerstand von Dynamomaschinen, über Kraftübertragung, Telegraphenleitungen, ihre Anlage und ihre Fehler u. s. w. Einige Zahlenangaben und Tafeln über viel gebrauchte Grössen, Declination, Inclination, Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus, Elektrolyse und ähnliches haben Aufnahme gefunden, da sie vom Praktiker immer wieder im Zusammenhange mit den Formeln gebracht werden. Es soll ja eine solche Zusammenstellung möglichst dazu dienen, die für Aufsuchung der einzelnen Zahlen und Formeln in grösseren Werken nöthige Zeit zu sparen.

Was dann die Art der Darstellung betrifft, so wurde besondere Sorgfalt darauf verwendet, für gleiche Begriffe gleiche Buchstaben anzuwenden. Elektromotorische Kraft, Widerstand und Stromstärke sind immer durch die Buchstaben E, w und i bezeichnet (in englischen und französischen Werken gewöhnlich der Widerstand mit R). Es ist ungemein störend, wenn auf einer Seite mit bestimmten Buchstaben bezeichnet wird, was auf der anderen einen anderen Namen erhält. Gerade in der Elektricitätslehre ist es verhältnissmässig leicht, eine gleichmässige Benennung durchzuführen, und man kann sagen, dass wenigstens in den deutschen Werken dies geschehen ist. Um nie einen Zweifel über die Bedeutung der Buchstaben zu lassen, ist dieselbe jedesmal angegeben.

Der schiefe Divisionsstrich im Texte ist durchweg verwendet, er scheint sich mehr und mehr in der mathematischen Literatur einzubürgern.

Von Logarithmen kommen nur die natürlichen vor, sie sind stets mit „lg" bezeichnet.

Die einzelnen Begriffe, auf die sich die Formeln beziehen, sind alphabetisch geordnet, zwischen hinein sind Ausdrücke geschoben, welche synonym mit anderen sind oder welche nicht einzeln, sondern im Zusammenhange mit anderen abgehandelt sind, um allzuviel Wiederholungen zu vermeiden. Auf die letzten ist dann jedesmal hingewiesen. Um aber auch das Aufsuchen specieller einzelner Formeln zu erleichtern, ist noch ein besonderer Index beigegeben, der benützt werden kann, einmal um Formeln zu finden, von denen man im Augenblicke nicht weiss, unter welchem Schlagwort sie gesucht werden sollen, der aber auch für die grösseren Artikel eine Uebersicht über deren Inhalt giebt.

Bei der Terminologie wurden die Ausdrücke weggelassen, welche als reine Fremdwörter, meist aus dem Griechischen stammend, in allen drei Sprachen gleich geschrieben werden, so die Bezeichnungen Faraday's für elektrolytische Vorgänge. Wenn ein solches Wort nicht zu finden ist, so ist damit gesagt, das kein Unterschied in der Schreibweise existirt. Sowie aber die Schreibweise, wenn auch nur in den Endungen, verschieden ist, so wurde das Wort aufgenommen, z. B. Elektricität, Quantität u. s. w.

Ausserdem wurde weggelassen, was in den gewöhnlichen Wörterbüchern in der Bedeutung gefunden wird, welche ein Wort in der Elektricitätslehre hat; mit Ausnahme von etlichen chemischen Ausdrücken, welche vorzugsweise in der Elektrotechnik, bei der Elektrolyse, den galvanischen Batterien, den Accumulatoren u. s. w. gebraucht werden.

Um zu einem Ausdruck in einer der drei Sprachen den entsprechenden in einer anderen zu finden, wurden die drei Spalten, von denen jede einer der drei Sprachen gewidmet ist, so angeordnet, dass jede in fetter Schrift enthält, alphabetisch geordnet, wozu die Bezeichnung in einer anderen Spalte gesucht wird. Diese steht in der betreffenden Spalte auf gleicher Linie, aber nicht fett gedruckt, wenn sie nicht in das Alphabet passt. Darnach ist klar, wie man rasch jedes Wort finden kann (siehe die Anleitung auf der Rückseite des Titels für den Anhang).

In einigen Fällen giebt es für specielle technische Ausdrücke keinen entsprechenden in anderen Sprachen. So haben insbesondere die Engländer Ausdrücke, wie „replenisher" oder „Dead-bead-galvanometer" und ähnliche, welche in den anderen Sprachen nur umschreibend gegeben werden können. Sie kommen dann auch nur in der englischen Spalte vor. Aehnlich ist es mit den deutschen Ausdrücken „nebeneinander" und „hintereinander" bei der Combination der galvanischen Elemente.

Eine in vielen Fällen sehr bequeme Zusammenstellung technischer Ausdrücke mit Satzverbindungen, um den Sinn des Wortes klar zu machen und in seiner Verbindung mit anderen darzustellen, enthält das technische Vocabular von Dr. Wershoven. Leipzig. Brockhaus 1878 (französisch-deutsch und englisch-deutsch); es hat auch bei dem Anhang des Formelbuchs Dienste gethan. Für Feststellung einiger englischer technischer Ausdrücke habe ich Herrn Obach bei Siemens Brothers in Woolwich zu danken.

Dr. P. Zech.

Benutzte Literatur.

Ampère, Memoiren der Pariser Akademie.
Bohn, Ergebnisse physikalischer Forschung.
Briot, théorie mécanique de la chaleur.
Clausius, mechanische Behandlung der Elektricität.
— Masssysteme.
Ferrini, Technologie der Elektricität und des Magnetismus.
Fröhlich, Magnetismus und Elektricität.
Gauss, gesammelte Werke.
Hartleben's elektro-technische Bibliothek.
Jenkin, electricity and magnetism.
Kohlrausch, praktische Physik.
Lamont, Erdmagnetismus.
Mousson, Physik auf Grundlage der Erfahrung.
Schwendler, instructions for testing Telegraph lines.
Tolhausen, technologisches Wörterbuch, deutsch-französisch-englisch.
Weber, elektrodynamische Massbestimmungen.
Wershoven, technisches Wörterbuch, deutsch-französisch und deutsch-englisch.
Wiedemann, Elektricität.
Zeitschriften: Electrical Review, the Electrician, l'Electricien, La lumière électrique. Elektrotechnische Zeitschrift. Centralblatt für Elektrotechnik.

INHALT.

Elektrische Einheiten.

Mass-Einheiten, welche zu elektrischen Messungen dienen.

I. Die absoluten oder C. G. S. (Centimeter-Gramm-Secunde-) Einheiten.

1. Längeneinheit: 1 Centimeter.

2. Zeiteinheit: 1 Secunde.

3. Krafteinheit. Die Krafteinheit ist diejenige Kraft, welche für eine Secunde lang auf eine frei bewegliche Masse von dem Gewichte eines Grammes wirkend, dieser Masse eine Geschwindigkeit von 1 Centimeter per Secunde verleiht.

4. Die Arbeitseinheit ist die Arbeit, welche von der Krafteinheit verrichtet wird, wenn dieselbe die Entfernung von 1 Centimeter zurücklegt. Diese Einheit ist in Paris = 0·00101915 Centimeter-Gramm, oder mit andern Worten, um das Gewicht eines Grammes einen Centimeter hoch zu heben, sind 980.868 Krafteinheiten nöthig.

5. Die Einheit der elektrischen Quantität ist diejenige Quantität von Elektricität, welche auf eine gleich grosse Quantität, die einen Centimeter weit entfernt ist, eine Kraft gleich der Krafteinheit ausübt.

6. Die Einheit des Potentials oder der elektromotorischen Kraft existirt zwischen zwei Punkten, wenn die Einheit der elektrischen Quantität bei ihrer Bewegung von dem einen Punkte zum andern die Krafteinheit gebraucht, um die elektrische Abstossung zu überwinden.

7. Die Widerstandseinheit ist die Einheit, welche nur einer Quantitätseinheit den Uebergang zwischen zwei Punkten, zwischen welchen die Potentialeinheit existirt, in einer Secunde gestattet.

II. Die sogenannten praktischen Einheiten für elektrische Messungen.

1.	Weber, Einheit der magnetischen Quantität	$= 10^8$	C. G. S. Einheiten		
2.	Ohm[1]) » des Widerstandes	$= 10^9$	»	»
3.	Volt[2]) » der elektromotor. Kraft	$= 10^8$	»	»
4.	Ampère[3]) » » Stromstärke	$= 10^{-1}$	»	»
5.	Coulomb[4]) » » Quantität	$= 10^{-1}$	»	»
6	Watt[5]) » » Kraft	$= 10^7$	»	»
7.	Farad » » Capacität	$= 10^{-9}$	»	»

[1]) 1 Ohm ist gleich 1·0493 Siem. Einh. und etwa gleich dem Widerstande von 48·5 Meter reinen Kupferdrahtes von einem Durchmesser von 1 Mm. bei einer Temperatur von 0° Celsius.

[2]) Ein Volt ist 5—10% weniger als die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes.

[3]) Der Strom, welcher durch die elektromotorische Krafteinheit die Widerstandseinheit in einer Secunde zu durchfliessen im Stande ist, ist = 1 Amp.

[4]) Coulomb heisst jene Quantität der Elektricität, welche per Secunde ein Ampère giebt.

[5]) 1 Watt = Ampère × Volt. 1 H. P. (horse power) = $\frac{\text{Amp.} \times \text{Volt}}{746}$

1 Cheval de vapeur = $\frac{\text{Amp.} \times \text{Volt.}}{735.}$ = P. S. (Pferdestärke.)

Widerstandseinheiten.*)

Name der Einheit	CS⁻¹	Ohm	Siemens	Deutsche Meile Draht 4 mm.	Franz. Meile Draht 7 mm.	Engl. Meile Kupferdr. 1·6 mm
CS^{-1}	1	10^{-9}	$1,05 . 10^{-9}$	$18 . 10^{-12}$	$105 . 10^{-12}$	$74 \; 10^{12}$
Ohm	10^9	1	1,05	0,018	0,105	0,074
Siemens	$95 . 10^7$	0,95	1	0,017	0,1	0,071
Deutsche Meile	$57 . 10^9$	57	60	1	6	4,26
Franz. Meile	$95 . 10^8$	9,5	10	0,17	1	0 71
Engl. Meile	$13414 . 10^6$	13,414	14,12	0,235	1,41	1

Stromeinheiten.*)

Name der Einheit	CGS	Ampère	Daniell-Siemens	Jacobi per Min.	Silber mg per Min.	Engl. mg. per Min.
CGS	1	10	8·5	105·2	676·5	198·6
Ampère	0·1	1	0·85	10·52	67·65	19·86
Daniell: Siemens	0·117	1·17	1	12·31	78·95	23·23
Jacobi	0·958	0·095	0·082	1	6·4	1·89
Silber mg.	0·148	0·015	0·013	0·156	1	0·294
Kupfer mg.	0·502	0·05	0·013	0·529	3·41	1

*) Uppenborn, IV. B. 7.

Elektrisches Formelbuch.

Absolutes Mass, siehe Masseinheiten S. 78.

Absolute Temperatur, siehe Wärmetheorie S. 159.

Abstossung. Zwei elektrische oder zwei magnetische Theilchen gleicher Art stossen sich ab. Ist r ihre Entfernung, sind e und e' die Massen der elektrischen und m und m' die der magnetischen Theilchen, so ist der absolute Werth der Abstossung:

$$\frac{e\,e'}{r^2} \text{ oder } \frac{m\,m'}{r^2}$$

Man giebt diesem Ausdruck gewöhnlich das Zeichen Minus, damit die Abstossung gleichnamiger Theilchen, die mit gleichen Zeichen bezeichnet werden, negativ, die Anziehung ungleichnamiger Theilchen, die ungleiche Zeichen erhalten, positiv erscheint.

Betrachtet man die Abstossung als Kraft (siehe Masseinheiten S. 80), so ist ihre Dimension:

$$[M\,L\,T^{-2}]$$

und daher die Dimension einer elektrischen oder magnetischen Menge

$$[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}\,T^{-1}]$$

Diese Dimension gilt für das statische Masssystem im Gegensatze zum dynamischen (siehe Masseinheiten S. 84).

Abweichung oder **Declination,** siehe Declination S. 26.

Accumulator, siehe Condensator S. 15.

Aequivalent der Wärme und Arbeit.

Das Arbeitsäquivalent der Wärme ist die Arbeit, welche von der Wärme-Einheit geleistet wird, d. h. 424 Kilogramm-Meter für diejenige Wärmemenge, welche zur Erwärmung eines Kilogramms Wasser von Null auf einen Grad nöthig ist. Umgekehrt heisst Wärme-Aequivalent der Arbeit diejenige Wärme, welche zur Leistung der Arbeitseinheit nöthig ist, also $\frac{1}{424}$ in denselben Massen wie vorher.

Nach dem in der Elektricität eingeführten Masssystem (siehe Masseinheiten S. 89) wird nach Grammen und Centimetern gerechnet, und das Gramm als Masse betrachtet. Wärme-Einheit wäre in diesen Massen einer Arbeit von

$$416 \,.\, 10^{8}\ (gr\ cm^{2}\ sec^{-2})$$

äquivalent und der reciproke Werth das Wärme-Aequivalent der Arbeit Eins.

Ampère, Gründer der Lehre von der Elektrodynamik. Von dem elektrischen Congress in Paris vom Herbst 1881 wurde sein Name als technische Bezeichnung für die Stärke eines elektrischen Stromes gewählt, welcher durch die elektromotorische Kraft „ein Volt" bei einem Widerstand von „ein Ohm" entsteht. (Siehe Masseinheiten S. 90.)

Ampère's Regel. Wenn man sich in einem elektrischen Strom schwimmend denkt, den Kopf im Sinne des Stromes voraus, und den Nordpol einer Magnetnadel betrachtet, so wird dieser in der Richtung des ausgestreckten linken Armes abgelenkt. Daraus folgt der andere Ausdruck: Der Südpol einer Magnetnadel dreht sich nach der Seite, von wo aus gesehen der Strom im Sinne des Zeigers einer Uhr sich bewegt.

Anion, der an der positiven Elektrode bei der Elektrolyse abgesetzte Stoff.

Anode, die positive Elektrode.

Anordnung der Elektricität. Man denke sich einen leitenden Körper, in welchem die Elektricität, sei es frei mitgetheilte, sei es durch Influenz anderer elektrischer Körper ausgeschiedene, zum Gleichgewicht gelangt ist. Dann ist die Resultirende aller Wirkungen auf einen Punkt im Innern Null, sonst würde dort kein Gleichgewicht sein. Es ist also:

$$V = const.$$

(siehe Potential S. 106). Das Potential hat überall im Innern denselben Werth. Es kann in keinem Punkt im Innern freie Elektricität sein, denn die Gleichungen:

$$\frac{dV}{dx} = o, \quad \frac{dV}{dy} = o, \quad \frac{dV}{dz} = o$$

bedingen auch:

$$\Delta^2 V = \frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2} = o.$$

Da aber (siehe Potential S. 108) dieser Ausdruck für einen Punkt im Innern $4\pi k$ ist, so muss auch $k = o$ sein, d. h. im Innern ist keine Elektricität.

Die gesammte Elektricität in einem Leiter ist daher an dessen Oberfläche verbreitet.

Die Anordnung einer gegebenen Elektricitätsmenge auf einem Ellipsoid hat zuerst Poisson bestimmt. Denkt man sich eine dünne homogene Schicht zwischen dem Ellipsoid und einem ähnlichen und ähnlich liegenden mit den Halbaxen

$$a\ (1 + \varepsilon),\ b\ (1 + \varepsilon),\ c\ (1 + \varepsilon),$$

so ist die Dichte der Elektricität in jedem Punkt der normalen Dicke der Schicht proportional.

Diese Dicke ist aber der Länge der Senkrechten vom Mittelpunkt auf die Berührungsebene im betreffenden Punkt proportional oder dem Werthe:

$$p = \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

für ein Coordinatensystem, dessen Axen die des Ellipsoids sind.

Bezeichnet man mit Q die Ladung des Ellipsoids, so ist die Dichte:

$$k = \frac{Q p}{4 \pi \,.\, a b c}$$

Wird $c = o$, so hat man eine ellipsoidische Scheibe, für welche also:

$$k = \frac{Q}{4 \pi\, a b}\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Ist dagegen c sehr gross gegenüber von a und b, so nähert sich das Ellipsoid einem Stabe oder Drahte, und k nähert sich dem Grenzwerthe:

$$k = \frac{Q}{4 \pi r l}$$

wenn der Stab cylindrisch, l seine Länge und r der Halbmesser seines kreisförmigen Querschnittes ist.

Für eine Kugel hat man:

$$k = \frac{Q}{4 \pi R^2}$$

wenn R ihr Halbmesser ist.

Wenn zwei Kugeln sich berühren und die Menge Q Elektricität erhalten, so sind die Dichten auf beiden:

$$k = \frac{Q}{4 \pi R^2}\,\frac{a}{a + b} \quad \text{und} \quad k' = \frac{Q}{4 \pi R'^2}\,\frac{b}{a + b}$$

Wenn das Verhältniss der Halbmesser gegeben ist, so hat man aus folgender Tabelle das Verhältniss der Dichten auf beiden Kugeln, und ihres Antheils q an der gesammten Elektricitätsmenge:

R' : R	k : k'	q	q'
1	1·00	0·50	0·50
2	1·16	0·22	0·78
3	1·25	0·12	0·88
4	1·32	0·08	0·92
5	1·36	0·05	0·95
10	1·48	0·01	0·99
20	1·55	0·004	0·996

Ansammlungs-Apparat, siehe Condensator S. 12.

Anziehung. Die Anziehung elektrischer und magnetischer Theilchen, wenn sie ungleichnamig sind, ist gleich der Abstossung (siehe S. 1) mit entgegengesetztem Zeichen.

Aperiodisch, siehe Dämpfung S. 25.

Arbeit, siehe Masseinheiten S. 80, dann Strom S. 128 und Aequivalent S. 2, Arbeit einer Dynamomaschine, siehe Dynamomaschine S. 27.

Ausbreitung des Stromes, siehe Strom S. 136.

Beleuchtung, zweckmässigste, siehe Helligkeit S. 61.

Bifilare Aufhängung, siehe Schwingung S. 114.

Bunsen's Element, siehe elektromotorische Kraft S. 50 und Widerstand S. 176.

Bussole. Die Einwirkung eines geschlossenen kleinen Stromes auf einen Magnetpol (siehe Elektrodynamik S. 43) ist bestimmt durch die Kraftfunction:

$$K = m i f \frac{d \frac{1}{r}}{d q}$$

wo m die Menge Magnetismus im Pol, i die Stärke des die Fläche f umfliessenden Stromes, r die Entfernung dieser kleinen Stromfläche vom Magnetpol und q die Richtung der Normale zur Fläche ist. Für einen in einer Ebene liegenden Strom von endlicher Ausdehnung ist q für alle Flächenelemente df constant und man hat:

$$K = m i \frac{d}{d q} \int \frac{1}{r} \, d f$$

wobei sich das Integral über die ganze vom Strome umflossene Fläche erstreckt, für einen Kreisstrom also über die Fläche des Kreises. Aus der Kraftfunction ergiebt sich (siehe Potential S. 104) die nach irgend einer Richtung wirkende Kraftcomponente, indem man die Kraftfunction nach dieser Richtung ableitet, d. h. die Zunahme ihres Werthes, wenn man in jener Richtung um dn vorwärts geht, mit dn dividirt.

Diese Formel kann man benützen, um die Wirkung der Windungen einer Bussole, die von einem Strome i durchströmt sind, zu bestimmen. Wir betrachten nur den Fall einer um eine verticale Axe drehbaren Magnetnadel, deren Mitte auf der Senkrechten S durch die Mitte des Kreisstromes zur Ebene des Kreises ist. Der Abstand der Mitte der Magnetnadel von der Kreisebene sei u, der Halbmesser des Kreisstromes R, ξ und η die Coordinaten eines Magnetpols von der Mitte der Nadel aus parallel und senkrecht zu S. Nennt man noch s die Mantellinie des Kegels, dessen Spitze die Nadelmitte und dessen Basis der Kreis ist, so hat man bei einer Entwicklung bis zur siebenten Potenz von s die Gleichung für die Kraftfunction:

$$K = -2\pi m i \left\{1 - \frac{u}{s} - \frac{R^2 \xi}{s^3} + \frac{3}{2}\frac{R^2 u}{s^5}\left(\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{R^2}{2 s^7}\left(R^2 - 4u^2\right)\left(\xi^3 - \frac{3}{2}\xi\eta^2\right)\right\}$$

Für den zweiten Pol hat man die Zeichen von m, ξ und η umzukehren.

Es ist dann $\frac{dK}{d\xi}$ die senkrecht zur Kreisebene wirkende Componente und $\frac{dK}{d\eta}$ die Componente parallel der Kreisebene. Daraus ergiebt sich für einen Pol der Magnetnadel das Moment:

$$\frac{dK}{d\xi}\eta - \frac{dK}{d\eta}\xi$$

und wenn man das Moment für den anderen Pol, der sich nur durch entgegengesetzte Zeichen von m, ξ und η unterscheidet, addirt, so erhält man für das Gesammtmoment:

$$M = 2\pi m i \left\{\frac{2 R^2 \eta}{s^3} - \frac{3}{2}\frac{R^2}{s^7}(R^2 - 4u^2)\left(2\xi^2\eta - \frac{1}{2}\eta^3\right)\right\}$$

Diese Formel lässt sich anwenden:

1. Auf die Tangentenbussole. Bei ihr ist $u = o$, der Stromkreis im magnetischen Meridian, also die horizontale Componente H des Erdmagnetismus (siehe S. 52) parallel mit der Richtung ξ und ihr Moment auf die Nadel: $H m \eta$. Für Gleichgewicht ist dieses Moment gleich M oben. Setzt man noch l für die Länge der Nadel und ψ für ihre Ablenkung, so dass:

$$\xi = \frac{1}{2} l \sin\psi \quad \text{und} \quad \eta = \frac{1}{2} l \cos\psi$$

so folgt:

$$i = \frac{HR}{2\pi} tg\,\psi \left\{1 - \tfrac{3}{8} \frac{l^2}{R^2} \left(sin^2\psi - \tfrac{1}{4} cos^2\psi\right)\right\}$$

Wenn l klein ist gegen R, so kann man das zweite Glied vernachlässigen und hat:

$$i = \frac{HR}{2\pi} tg\,\psi$$

die gewöhnliche Formel für die Tangentenbussole. Hat die Bussole n Windungen, so ist das Moment M auf die Nadel n mal so gross, also:

$$i = \frac{HR}{2n\pi} tg\,\psi$$

2. Auf die Bussole von Gaugain-Helmholtz. Der Stromkreis liegt wieder im magnetischen Meridian, aber die Nadelmitte hat die Entfernung $u = \frac{1}{2} R$ vom Kreismittelpunkt. In Folge dessen fällt das zweite Glied im Ausdruck von M weg und man erhält:

$$i = 0{\cdot}699 \frac{HR}{\pi} tg\,\psi$$

Dabei kann die Länge l der Nadel im Verhältniss zu R grösser sein, weil erst die Glieder mit der vierten Potenz von l/R vernachlässigt werden.

Für n Windungen, die auf einem Kegel liegen müssen, dessen Höhe gleich dem halben Halbmesser der Basis ist, hat man:

$$i = 0{\cdot}699 \frac{HR}{n\pi} tg\,\psi$$

3. Auf die Sinusbussole. Wenn Gleichgewicht eingetreten ist, bildet der Stromkreis mit dem magnetischen Meridian den Winkel ψ und die Nadel liegt in seiner Ebene. Es ist also $\xi = o$, $u = o$ und $\eta = \frac{1}{2} l$; man hat:

$$M = \frac{2\pi m i l}{R}\left(1 + \frac{3}{32}\frac{l^2}{R^2}\right)$$

Das Moment des Erdmagnetismus, in horizontaler Richtung unter dem Winkel ψ mit der Nadel wirkend, ist

$$m H l \sin\psi$$

Also ergiebt sich:

$$i = \frac{HR}{2\pi}\left(1 - \frac{3}{32}\frac{l^2}{R^2}\right)\sin\psi$$

Gewöhnlich macht man nur vom ersten Glied Gebrauch und hat dann für n Windungen:

$$i = \frac{HR}{2n\pi}\sin\psi$$

wo R der mittlere Werth des Halbmessers der Windungen ist.

Handelt es sich um sehr starke Ströme, z. B. bei Dynamomaschinen, so kann man die Bussole von Obach oder die von Denzler verwenden.

Die Bussole von Obach ist eine Tangentenbussole, deren Ring um eine horizontale Axe durch die Mitte der Nadel drehbar ist. Ist die Axe vermittelst der Magnetnadel in den magnetischen Meridian gestellt, und geht durch den um den Winkel φ von der verticalen Ebene aus gedrehten Ring ein Strom i, so wirkt, da sich die Nadel nur in horizontaler Ebene drehen kann, auf jeden Pol statt des Druckes $\frac{2\pi i m}{R}$ des vertical gestellten Stromkreises nach der Drehung um φ nur die horizontale Componente:

$$\frac{2\pi i m}{R}\cos\varphi$$

Die Einwirkung ist also dieselbe, als ob der Strom im Verhältniss $1 : \cos\varphi$ geschwächt wäre. Man erhält somit bei n Windungen:

$$tg\,\psi = \frac{2\,n\,\pi}{R\,H}\; i\; cos\;\varphi$$

und:

$$i = \frac{R\,H}{2\,n\,\pi} \cdot \frac{tg\,\psi}{cos\,\varphi}$$

Durch Aenderung des Winkels φ hat man es in der Hand, den Ausschlag ψ in die Gegend von 45^0 zu bringen, wo die Nadel am empfindlichsten ist.

Die Bussole von Denzler besteht aus einem rechteckig geformten Draht, der im magnetischen Meridian, die längeren Seiten des Rechteckes horizontal, aufgestellt ist. Die Magnetnadel liegt oberhalb, so dass die Mitte der Nadel und des Rechteckes auf dieselbe Verticale fallen.

Berechnet man die Einwirkung des vom Strome i umströmten Rechteckes auf den Magnetpol so, als ob er in der Verticalen durch die Mitte des Rechteckes läge, so fallen die Wirkungen der verticalen Seiten weg. Ist $d\,l$ ein Element einer horizontalen Seite im Abstand l von der Mitte und h die Tiefe der Seite unter dem Pol, so ist die Einwirkung dieses Elementes auf den Pol nach dem Gesetze von Biot und Savart (siehe Elektrodynamik S. 40)

$$\frac{m\,i\,d\,l}{h^2 + l^2}\; sin\;\vartheta$$

wo ϑ der Winkel von $d\,l$ und seiner Verbindungslinie mit dem Pol. Es ist dann: $l = h\;\; cotg\;\;\vartheta$, und $d\,l = -\;h\,d\,\vartheta\,/\,sin^2\,\vartheta;\;\; h^2 + l^2 = h^2\,/\,sin^2\,\vartheta$, so dass man für die Einwirkung des Elementes erhält:

$$-\;\frac{m\,i}{h}\; sin\,\vartheta\;\; d\,\vartheta$$

Integrirt man über die ganze Länge der Seite von $(-\,L)$ bis $(+\,L)$, so ergiebt sich:

$$\frac{2\,m\,i\,L}{h\sqrt{L^2 + h^2}}$$

Für die zweite horizontale Seite des Rechteckes erhält man einen Werth mit entgegengesetztem Zeichen, weil der Strom entgegengesetzt läuft, also:

$$\frac{-\,2\,m\,i\,L}{h_1\sqrt{L^2 + h_1^{\,2}}}$$

Somit Gesammtwirkung:

$$2\,m\,i\,L\left\{\frac{1}{h\sqrt{L^2 + h^2}} - \frac{1}{h_1\sqrt{L^2 + h_1^{\,2}}}\right\}$$

$$= 2\,m\,i\,C$$

Dieser Druck wirkt senkrecht zur Ebene des Rechteckes oder senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians, da die Ebene des Rechteckes in diesen gestellt wurde.

Das Moment des Erdmagnetismus auf den nur in horizontaler Ebene beweglichen Pol ist:

$$H\,m\,\lambda\,\sin\varphi$$

wenn λ die halbe Länge der Nadel und φ der Ablenkungswinkel ist, das Moment des Rechteckes:

$$2\,m\,i\,C\lambda\,\cos\varphi$$

Also folgt, da beide sich aufheben:

$$i = \frac{H}{2C}\,tg\,\varphi$$

wobei:

$$C = \frac{1}{h\sqrt{L^2 + h^2}} - \frac{1}{h_1\sqrt{L^2 + h_1^{\,2}}}$$

Calorie heisst die Wärmemenge, welche die Masseneinheit Wasser von Null auf einen Grad erwärmt. Ihre Dimension ist eine Arbeit. Die gleichgeltende Arbeit ist:

$$416\,.\,10^8\ (gr\ cm^2\ sec^{-2})$$

(Siehe Aequivalent S. 2.)

Capacität, siehe Condensator.

Compass, siehe Bussole S. 5.

Compensationsmethode, siehe elektromotorische Kraft S. 47.

Condensator. In einem isolirten Leiter, welchem irgendwie Elektricität mitgetheilt wird, findet in allen Punkten Gleichgewicht statt; die Resultante aller elektrischen Wirkungen auf einen Punkt der Oberfläche kann nur normal zu dieser sein, sonst würde die in die Berührungsebene fallende Componente noch eine Verschiebung der Elektricität im Leiter verursachen. Das Potential auf der ganzen Oberfläche ist constant (siehe Potential S. 106) oder die Oberfläche ist eine Niveaufläche. Die auf einen Punkt im Innern der Fläche ausgeübten elektrischen Wirkungen sind wegen des Gleichgewichtes Null, also ist in der Gleichung:

$$\frac{d^2 V}{d x^2} + \frac{d^2 V}{d y^2} + \frac{d^2 V}{d z^2} = - 4 \pi k$$

(siehe Potential S. 108) der Werth von k gleich Null, weil die ersten Ableitungen von V nach den Coordinatenaxen, d. h. die Componenten der wirkenden Kraft Null sind, da Gleichgewicht stattfindet, und also auch die zweiten Ableitungen. Da $k = o$ ist, so ist die Dichte im Innern Null, d. h. die Elektricität kann sich nur an der Oberfläche befinden.

Es bildet sich somit an der Oberfläche eines Leiters eine dünne Schicht Elektricität, deren Dicke an gegebener Stelle zugleich als Mass der Dichte der Elektricität sich betrachten lässt (siehe Anordnung der Elektricität S. 3).

Die Einwirkung der Schicht auf einen Punkt derselben, welcher die Elektricitätsmenge Eins enthält, steht normal zur Oberfläche und ist:

$$S = 4 \pi k$$

wo k die Dichte der Elektricität oder die Dicke der elektrischen Schicht ist.

Im Innern des Leiters ist somit V constant, weil die Ableitungen nach allen Richtungen Null sind, auf der Oberfläche ist V ebenfalls constant, weil die Oberfläche Niveaufläche ist. Beim Uebergang nach aussen ändert sich dagegen die Ableitung des Potentials sprungweise, sie ist in der Richtung der Normalen n:

$$\frac{dV}{dn} = 4\pi k$$

Wenn man ein Oberflächentheilchen mit $d\omega$ bezeichnet, so ist $k\,d\omega$ die Menge Elektricität, welche auf dieses Theilchen kommt, weil k die Dicke der Schicht vorstellt. Die gesammte Elektricitätsmenge oder die Ladung Q der Oberfläche wäre somit:

$$Q = \int k\,d\omega$$

wo sich das Integral auf die ganze Oberfläche erstreckt.

Das Potential auf einen Punkt im Innern ist:

$$V = \int \frac{k\,d\omega}{r}$$

Wenn man die Menge Elektricität, die irgendwo vorhanden ist, überall im gleichen Verhältniss $(1:p)$ vergrössert, so wird:

$$Q_1 = \int m\,k\,d\omega = m \int k\,d\omega = m\,Q$$

und ebenso:

$$V_1 = \int \frac{m\,k\,d\omega}{r} = m \int \frac{k\,d\omega}{r} = m\,V$$

Das Gesetz der Vertheilung bleibt dasselbe und man hat

$$\frac{Q}{V} = \frac{Q_1}{V_1}$$

Dieses constante Verhältniss nennt man die Capacität des Leiters. Sie ist die Ladung für das Potential Eins.

Für eine mit der Elektricitätsmenge Q geladene Kugeloberfläche ist das Potential auf einen Punkt innerhalb (siehe Potential S. 109):

$$V = \frac{Q}{R}$$

Daraus folgt, dass die Capacität einer Kugel

$$C = \frac{Q}{V} = R$$

ist, also durch den Halbmesser der Kugel gemessen wird.

Die Dimension einer Capacität (siehe Masseinheiten S. 88) wäre sonach eine Länge $[L]$. Da die Dimension einer Elektricitätsmenge (siehe Abstossung S. 1).

$$[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$$

ist, so folgt aus der obigen Formel für die Dimension eines Potentials

$$[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} : L] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

Sind A und B zwei unbegrenzte, leitende Ebenen, welche im Abstand d einander parallel gegenübergestellt sind, so wird nach dem Elektrisiren beider ein Gleichgewichtszustand eintreten, also das Potential auf A einen constanten Werth V_1 und das auf B einen constanten Werth V_2 erreichen. Für einen Punkt mit der Einheit der Elektricitätsmenge zwischen beiden Ebenen ist das Potential:

$$V = V_1 - (V_1 - V_2)\,\frac{x}{d}$$

wenn x der Abstand des Punktes von der Ebene A ist.

Die Kraft P, welche auf diesen Punkt senkrecht zu beiden Ebenen ausgeübt wird, ist:

$$P = \frac{dV}{dx} = \frac{V_2 - V_1}{d}$$

also im ganzen Raum zwischen den beiden Ebenen constant.

Nach dem Satze, dass bei normalem Durchgang durch eine Fläche das Potential sprungweise um $4\pi k$ für die Längeneinheit sich ändert, folgt für unseren Fall für die Ebene A:

$$\frac{dV}{dx} = 4\pi k_1$$

wo k_1 die Dichte der Elektricität auf A ist, und ebenso:

$$\frac{dV}{dx} = 4\pi k_2$$

wo k_2 die Dichte der Elektricität auf B ist. Da aber $\frac{dV}{dx}$ constant ist, so folgt auch, dass auf beiden Ebenen die Dichte constant ist. Man hat:

$$k_1 = -k_2 = \frac{1}{4\pi} \frac{V_2 - V_1}{d}$$

Die eine Dichte ist negativ, weil $\frac{dV}{dn}$ für die zwei Ebenen entgegengesetzte Zeichen hat.

Setzt man die eine Platte, z. B. A mit einer Elektricitätsquelle in Verbindung, während die andere zur Erde abgeleitet ist, so bildet das System beider Platten einen Ansammlungs-Apparat oder Condensator, neuerdings auch Accumulator genannt.

Schneidet man aus den Ebenen durch einen zu ihnen senkrechten Cylinder gleiche Stücke Ω aus, so sind die Elektricitätsmengen:

$$Q_1 = \Omega\, k_1 = \frac{\Omega}{4\pi}\frac{V_2 - V_1}{d};\; Q_2 = \Omega\, k_2 = -\frac{\Omega}{4\pi}\frac{V_2 - V_1}{d}$$

und die das Stück W in der Richtung senkrecht zur anderen Platte antreibende Kraft:

$$\frac{1}{2}\frac{d V}{d x}\,\Omega\, k = \frac{\Omega}{8\pi}\frac{(V_2 - V_1)^2}{d^2} = \frac{2\pi}{\Omega}\, Q_1^2$$

Ferner ergiebt sich die Capacität der ersten Fläche in Folge der Anwesenheit der zweiten gleich dem Verhältniss der Ladung Q_1 zum Potential $V_2 - V_1$, oder

$$C = \frac{\Omega}{4\pi d}$$

Es sei eine Kugel vom Halbmesser R_1 umgeben von einer concentrischen mit dem Halbmesser R_2; die elektrischen Dichtigkeiten seien k_1 und k_2 und die Elektricitätsmengen Q_1 und Q_2. Die Potentiale der zwei mit Elektricität bedeckten Kugeloberflächen auf die Einheit Elektricität in ihnen seien V_1 und V_2. Für einen Punkt zwischen beiden Oberflächen im Abstand r vom gemeinschaftlichen Mittelpunkt ist das Potential:

$$V = \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_2 - R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2 - R_1}\frac{R_1 R_2}{r}$$

die Dichten sind:

$$k_1 = \frac{R_2}{4\pi R_1}\frac{V_1 - V_2}{R_2 - R_1};\; k_2 = \frac{R_1}{4\pi R_2}\frac{V_1 - V_2}{R_2 - R_1}$$

und die Ladungen:

$$Q_1 = -Q_2 = 4\pi R_1^2 k_1 = 4\pi R_2^2 k_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_2 - R_1} R_1 R_2$$

Ist die äussere Schale abgeleitet, so ist:

$$Q_1 = -Q_2 = \frac{V_1}{R_2 - R_1} R_1 R_2$$

Die Capacität des Systems der zwei Kugeloberflächen ist:

$$C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Bezeichnet man mit ε die Differenz der Halbmesser, so ist:

$$C = \frac{R_1 (R_1 + \varepsilon)}{\varepsilon}$$

Wird ε sehr gross, so nähert sich der Werth von C dem Halbmesser R_1 und das entspricht dem Fall einer frei im Raume befindlichen Kugel (siehe S. 14).

Die Verstärkungszahl des Condensators ist das Verhältniss des oben gefundenen Werthes von C zu dem für die freie Kugel geltenden, also:

$$\frac{R_2}{R_2 - R_1}$$

Für den Fall zweier Cylinder mit gleicher Axe von unendlicher Ausdehnung mit den Halbmessern R_1 und R_2 finden sich für die Dichten k_1 und k_2, die Elektricitätsmengen Q_1 und Q_2 auf die Länge l und die Potentiale V_1 und V_2 auf einen Punkt im Abstande R von der Axe folgende Beziehungen:

$$V = \frac{V_1 \, lg \, \frac{R_2}{R} + V_2 \, lg \, \frac{R}{R_1}}{lg \, \frac{R_2}{R_1}}$$

wo lg den natürlichen Logarithmen bedeutet.

Die Dichten sind:

$$k_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_1 \, lg \, \frac{R_2}{R_1}} ; \quad k_2 = - \frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_2 \, lg \, \frac{R_2}{R_1}}$$

Die Ladungen sind:

$$Q_1 = - Q_2 = 2\pi R_1\, lk_1 = - 2\pi R_2\, lk_2 = \frac{1}{2}\,\frac{V_1 - V_2}{lg\,\dfrac{R_2}{R_1}}\,l$$

und die Capacität für die Länge l ist:

$$C = \frac{1}{2}\,\frac{l}{lg\,\dfrac{R_2}{R_1}}$$

Für einen Cylinder von der Länge l und dem Halbmesser R_1 für sich, der mit Q geladen ist, hat das Potential den Werth:

$$V = \frac{2\,Q}{l}\; lg\,\frac{1}{R_1}$$

also ist die Capacität:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{l}{2\,lg\,\dfrac{1}{R_1}}$$

Verglichen mit dem obigen Werthe der Capacität, wenn ein gleichaxiger Cylinder noch da ist, erhält man die Verstärkungszahl:

$$lg\,\frac{1}{R_1} : lg\,\frac{R_2}{R_1}$$

(Anwendung auf Telegraphenkabel).

Die Energie der vollständigen Entladung eines Condensators wird durch das Potential der Elektricitätsmengen auf sich selbst bestimmt. (Siehe Potential S. 105.) Es ist:

$$W = \frac{1}{2}\int V\,d\,m$$

wo V das Potential aller Elektricität auf die Einheit der Elektricität in dem Punkte ist, wo $d\,m$ liegt. Bei den Condensatoren ist auf jeder Belegung das Potential constant, V_1 auf der einen und V_2 auf der anderen; man erhält also:

$$W = \frac{1}{2} V_1 \int d\,m + \frac{1}{2} V_2 \int d\,m$$

das erste Integral über die zweite, das andere über die erste Belegung erstreckt.

Sonach ergiebt sich in den oben betrachteten Fällen die Energie der Entladung:

1. Bei zwei parallelen ebenen Stücken Ω:

$$W = \frac{1}{2} (Q_1 \; V_1 + Q_2 \; V_2)$$

$$= \frac{1}{2} \; \Omega \, k \; (V_1 - V_2)$$

weil k_1 und k_2 absolut gleich sind, aber entgegengesetztes Zeichen haben.

Ist die zweite Platte abgeleitet, also $V_2 = o$, so folgt:

$$W = \frac{1}{2} Q_1 V_1 = \frac{1}{2} Q_1^2 \frac{V_1}{Q_1} = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} = 2 \pi d \frac{Q_1^2}{\Omega}$$

(siehe oben S. 16).

2. Bei zwei Kugeloberflächen im kleinen Abstand ε:

$$W = \frac{1}{2} \; \varepsilon \; \frac{Q_1^2}{R_1^2}$$

3. Bei zwei Cylindern mit zusammenfallender Axe; wenn der Abstand ε wieder sehr klein ist:

$$W = \varepsilon \frac{Q_1^2}{R_1 \, l}$$

Conventionelle Masse, siehe Masseinheiten S. 82.

Coulomb. Auf dem Elektrikercongress in Paris 1881 wurde ein Strom, der durch die elektromotorische Kraft „ein Volt" bei einem Widerstand von „ein Ohm" erzeugt wird, Ampère genannt (siehe Masseinheiten S. 90). Die Menge Elektricität, die dieser Strom in der Secunde liefert, erhielt nach dem bekannten französischen Elektriker den Namen „Coulomb".

Coulomb's Drehwage, siehe Drehwage S. 26.

Daniell's Element, siehe elektromotorische Kraft S. 50 und Widerstand S. 176.

Dämpfung. Schwingt eine Magnetnadel für sich ohne innere Bewegungshindernisse, so bleibt ihre Schwingungszeit und Schwingungsweite gleich. Man hat für kleine Schwingungen, wie sie bei elektrotechnischen Messungen immer vorkommen:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + n^2 x = o$$

wo x die Scalentheile bei Spiegelablesung bedeutet. Es folgt daraus die Schwingungszeit:

$$T = \frac{\pi}{n}$$

und die Schwingungsweite:

$$A = \xi \sin n t$$

wo ξ eine Constante ist. Die Constante n^2 ist die Richtkraft, welche auf die Nadel wirkt (in der Regel Hm, wo H der horizontale Theil des Erdmagnetismus und m das magnetische Moment der Nadel ist, siehe Magnetismus S. 72), dividirt durch das Trägheitsmoment der Nadel.

Ist die Nadel äusseren Kräften unterworfen, so kommt zu der Schwingungsgleichung noch ein Glied hinzu. Wenn eine Magnetnadel von Metallmassen umgeben ist, inducirt sie bei ihrer Bewegung Ströme in denselben und diese wirken auf die Nadel zurück. Die Stärke dieser Ströme ist der Geschwindigkeit der Nadel proportional und sie halten die Nadel auf mit einer Kraft, welche der Stromstärke und daher der Geschwindigkeit der Nadel proportional ist. Man erhält also:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + n^2 x + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} = o$$

wo 2ε die verzögernde Kraft für die Geschwindigkeit Eins, dividirt durch das Trägheitsmoment, ist.

Wir setzen zunächst voraus, dass $\varepsilon < n$ sei. Die Bewegungsgleichung wird:

$$x = \xi \, e^{-\varepsilon t} \, sin \left\{t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right\}$$

wenn die Zeit in dem Moment beginnt, wo die Nadel ihre Ruhelage $x = o$ verlässt. Daraus folgt:

$$\frac{dx}{dt} = \xi \, e^{-\varepsilon t} \left\{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, cos \left(t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right) - \right.$$

$$\left. - \varepsilon \, sin \left(t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right)\right\}$$

So oft t um

$$\frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$$

zunimmt, haben *sin* und *cos* wieder denselben Werth, diese Zeit wäre eine volle Schwingung, Hin- und Hergang. Schwingungszeit ist die Hälfte dieser Zeit:

$$T_1 = \frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$$

Sie ist ebenfalls constant (wie ohne Dämpfung), aber grösser.

Die Schwingungsweiten dagegen sind veränderlich. Man erhält sie, wenn man die Werthe sucht, für welche $\frac{dx}{dt} = 0$ ist.

Man hat zunächst für $t = 0$ die Anfangsgeschwindigkeit.

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_o = \xi \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}$$

Die Geschwindigkeit wird Null, wenn

$$\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \cos\left(t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right) = \varepsilon \sin\left(t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right)$$

woraus folgt:

$$tg.\left(t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}\right) = \frac{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}{\varepsilon}$$

oder:

$$tg\left(\pi \frac{t}{T_1}\right) = \frac{\pi}{\varepsilon T_1}$$

Damit ergiebt sich:

$$\sin\left(\pi \frac{t}{T_1}\right) = \frac{T}{T_1}$$

wo T die Schwingungszeit ohne Dämpfung ist.

Wenn t um T_1 zunimmt, so hat man:

$$x_1 = \xi e^{-\varepsilon(t+T_1)} \sin\left\{(t + T_1)\frac{\pi}{T_1}\right\}$$

$$= -\xi e^{-\varepsilon(t+T_1)} \sin\left(\pi \frac{t}{T_1}\right)$$

Daraus folgt:

$$\frac{x_1}{x} = -e^{-\varepsilon T_1}$$

Im Verlauf jeder Schwingung nehmen daher die Ausschläge in geometrischer Reihe ab. Das Verhältniss dieser geometrischen Reihe heisst das Dämpfungsverhältniss:

$$k = e^{\varepsilon T_1}$$

und der natürliche Logarithme des Verhältnisses

$$\lambda = lg\, k = \varepsilon T_1$$

heisst das natürliche logarithmische Decrement.

Wenn c die Geschwindigkeit ist, welche die Nadel in der Ruhe ($x = o$, $t = o$) erhält, so ist:

$$c = \xi \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} = \xi \frac{\pi}{T_1}$$

Ist c gegeben oder als gegeben betrachtet, so kann man ξ aus x eliminiren und hat:

$$x = \frac{c\,T_1}{\pi}\, e^{-\varepsilon t} \sin . \frac{t}{T_1}\, \pi$$

Setzt man statt t den oben bestimmten Werth für die grösste Ausweichung, nämlich den aus der Gleichung

$$tg \left(\pi \frac{t}{T_1}\right) = \frac{\pi}{\varepsilon\, T_1} = \frac{\pi}{\lambda}$$

sich ergebenden, so findet sich mit Berücksichtigung des oben gefundenen Werthes von $sin \left(\pi \frac{t}{T_1}\right)$ der Werth

$$x = \frac{c\,T_1}{\pi}\, e^{-\frac{\lambda}{\pi}\, arc\ tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

für die grössten Ausweichungen.

Arc tg $\frac{\pi}{\lambda}$ hat unendlich viele Werthe. Da $\frac{\pi}{\lambda}$ immer mehrere Einheiten beträgt, auch bei stärkster Dämpfung, so ist der kleinste Bogen, welcher der Tangente entspricht, etwas kleiner als $\frac{\pi}{2}$, er sei mit φ bezeichnet, der folgende wäre $\pi + \varphi$, dann $2\pi + \varphi$ u. s. w.

Die erste grösste Ausweichung wäre somit:

$$x_1 = \frac{c\,T_1}{\pi}\, e^{-\frac{\lambda}{\pi} \varphi}$$

Diese erste Ausweichung lässt sich beobachten und aus ihr schliesst man auf den Werth von c und erhält:

$$c = x_1 \frac{\pi}{T_1} e^{\frac{\lambda}{\pi}\varphi}$$

Wird x_1 zu klein, so kann man bei jeder Rückkehr zur Ruhelage wieder einen Stoss geben, immer im Sinne der Bewegung.

Man hat $x = o$ für $t = o$; so oft t um T_1 zunimmt, hat x wieder den Werth Null. Für $t = T_1$ ergiebt sich:

$$\frac{dx}{dt} = - c e^{-\lambda}$$

Wird jetzt von Neuem eine Geschwindigkeit ertheilt, so hat man:

$$\frac{dx}{dt} = - c \left(1 + e^{-\lambda}\right)$$

bei der Rückkehr in die Ruhelage wird diese Geschwindigkeit durch Dämpfung wieder im Verhältniss von $e^{-\lambda}$ zu 1 kleiner, also:

$$\frac{dx}{dt} = c \left(e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}\right)$$

und wenn abermals c hinzukommt:

$$\frac{dx}{dt} = c\left(1 + e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}\right)$$

Fährt man so fort, so wird schliesslich:

$$\frac{dx}{dt} = c \left(1 + e^{-\lambda} + e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda} + \ldots\right)$$

$$= \frac{c}{1 - e^{-\lambda}}$$

Wenn die Bewegung mit dieser Geschwindigkeit von der Ruhelage ausgeht, so wird die grösste nächste Ausweichung (siehe oben):

$$X = \frac{c}{1 - e^{-\lambda}} \frac{T}{\pi} e^{-\frac{\lambda}{\pi}\varphi}.$$

Wird diese grösste Ausweichung beobachtet, so ergiebt sich aus ihr die bei jedem Stoss ertheilte Geschwindigkeit:

$$c = X \frac{\pi}{T} \left(1 - e^{-\lambda}\right) e^{+\frac{\lambda}{\pi}\varphi}$$

In der Regel wird die Ruhelage $x = 0$ nicht bekannt sein, man beobachtet dann, wenn der Ausschlag constant geworden ist, zwei aufeinander folgende grösste Ausweichungen und nimmt für X die Hälfte ihrer Differenz.

Der erste Ausschlag ohne Dämpfung für die Anfangs-Geschwindigkeit c wäre

$$x = c \frac{T}{\pi}$$

also ist:

$$x = X \left(1 - e^{-\lambda}\right) e^{\frac{\lambda}{\pi}\varphi}$$

Wenn die Dämpfung sehr stark ist, wenn $\varepsilon > n$ ist, so ist das Integral der Differentialgleichung:

$$x = \frac{\xi}{2r} e^{-\varepsilon t} \left\{(e + r) e^{rt} - (e - r) e^{-rt}\right\}$$

wo $r = \sqrt{\varepsilon^2 - n^2}$ ist.

Die abgelenkte Nadel nähert sich mit zunehmender, dann abnehmender Geschwindigkeit allmählich der Ruhelage, die sie für $t = \infty$ erreicht; sie schwingt nicht darüber hinaus, die Bewegung der Magnetnadel ist aperiodisch, siehe Schwingung S. 117.

Declination, Abweichung der Magnetnadel von der Süd-Nord-Richtung.

Sie beträgt für Mitteleuropa im Jahre 1883 (Länge von Ferro, Abweichung westlich):

Nördl. Breite	Länge 20°	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
45°	15·5°	15·1	14·7	14·2	13·8	13·3	12·8	12·4	11·9	11·5	11·0
50°	16·7	16·2	15·7	15·1	14·6	14·0	13·4	12·8	12·4	12·0	11·4
55°	18·1	17·3	16·1	15·9	15·3	14·7	14·0	13·4	12·9	12·4	11·8

Nördl. Breite	Länge 30°	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
45°	11·0	10·5	10·0	9·5	9·0	8.6	8 3	7·8	7·4	7·0	6·4
50°	11·4	10·9	10 3	9·8	9·3	8·8	8·2	7·7	7·2	6·7	6·1
55°	11·8	11·2	10·7	10·2	9·6	9·1	8·5	7·9	7·4	6 8	6·1

Dimension, siehe Masseinheiten S. 79.

Drehwage. In der Drehwage befindet sich eine feste Kugel, die Standkugel, und eine an einem horizontalen Hebel, welcher in der Mitte an einem Draht aufgehängt ist, befestigte bewegliche Kugel gleicher Grösse.

Ist Q die Elektricitätsmenge der beweglichen, q der Standkugel, l die Länge des Wagbalkens vom Aufhängepunkt bis zur Mitte der beweglichen Kugel, p das Gewicht, welches senkrecht zum Ende des Balkens in horizontaler Ebene den Draht um einen Grad drehen würde, T der Torsionswinkel des Drahtes und α der Winkel des Balkens mit der Geraden durch seinen Aufhängepunkt und den Mittelpunkt der Standkugel, so ist:

$$Qq = 4\,l\,T\,n\,\sin\frac{1}{2}\,\alpha\;tg\,\frac{1}{2}\,\alpha$$

Der Torsionswinkel ist gleich der Summe von α und einem anderen Winkel β, welcher durch die Richtungen des Wagbalkens ohne Torsion und beim Anliegen an der Standkugel bestimmt ist.

Dynamomaschinen. Wenn bei einer Dynamomaschine das dynamoelektrische Gleichgewicht, der Beharrungszustand, eingetreten ist, wenn also die Menge Magnetismus des Elektromagnetes nicht mehr wächst, so gilt die Gleichung:

$$1) \quad i = \frac{n M \mathrm{v}}{W}$$

(Fröhlich, elektrotechnische Zeitschrift, II, S. 134), wo i die Stromstärke, n die Anzahl Windungen auf dem Anker, v die Tourenzahl, W den Gesammtwiderstand des geschlossenen Stromes und M den „wirksamen Magnetismus" bedeutet. Diese letztere Grösse ist die Summe der elektromotorischen Kräfte, welche die Elektromagnete und das Eisen des Ankers auf eine Windung bei der Tourenzahl Eins ausüben.

Da die Dynamomaschine ihren Magnetismus selbst erzeugt, so ist M eine Function der Stromstärke

$$M = f\,(i)$$

Setzt man in die obige Gleichung diesen Werth, so folgt:

$$2) \quad \frac{i}{M} = \frac{i}{f\,(i)} = n\,\frac{\mathrm{v}}{W}$$

und man hat den Satz, dass die Stromstärke nur eine Function des Verhältnisses der Tourenzahl zum Widerstand ist.

Wenn man bei einer Maschine für verschiedene n, v und W die Stromstärke bestimmt und für die Werthe

$n\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{W}}$ als Abscissen die Stromstärken als Ordinaten errichtet und ihre Endpunkte durch eine stetige Linie verbindet, so erhält man die „Stromcurve" der betreffenden Maschine. Es zeigt die Erfahrung, dass diese Stromcurve für mittlere Werthe der Stromstärke nahezu eine Gerade ist.

Ihre Gleichung sei:

$$3)\ i = \frac{1}{b}\left(n\frac{\mathrm{v}}{W} - a\right)$$

wo b und a Constante sind. Die Constante a bedeutet die „todten Touren", d. h. den Werth, den $\frac{n\,\mathrm{v}}{\mathrm{W}}$ erreichen muss, damit die Maschine überhaupt Strom giebt.

Eliminirt man $\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{W}}$ aus den Gleichungen 1) und 3), so ergiebt sich:

$$4)\ M = \frac{i}{a + b\,i}$$

Ist i sehr klein, so ist $\frac{1}{a}$ das Verhältniss des wirksamen Magnetismus zur Stromstärke; ist i sehr gross, so ist es $\frac{1}{b}$.

Für die elektromotorische Kraft ergiebt sich:

$$5)\ E = i\,W = \frac{1}{b}\,(n\,\mathrm{v} - a\,W)$$

Die Arbeit einer Dynamomaschine ist nach dem Joule'schen Gesetz:

$$L = i^2\,W = i\,E$$

Bestimmt man sie in Pferdekräften, die elektromotorische Kraft in Daniell, die Widerstände in Siemens-Einheiten, so hat man noch den Factor 0.0018 nach Kohlrausch, 0.0016 nach Fröhlich zuzusetzen.

Dynamometer. Weber's Dynamometer besteht aus zwei Spulen isolirten Drahtes, deren Windungen in verticalen Ebenen liegen. Die eine ist fest, die andere um eine Axe beweglich, welche symmetrisch zu beiden Spulen liegt. Die Mitten beider liegen in derselben Horizontalebene. Die bewegliche Spule ist entweder bifilar oder an einem Draht aufgehängt. Wenn durch die bewegliche Spule ein Strom geht, so wirkt auf sie der Erdmagnetismus und sucht sie von Ost nach West zu stellen, so dass die Windungen senkrecht zum magnetischen Meridian sind. Geht ein Strom durch beide Spulen, so suchen sie sich parallel zu stellen.

Zwei Kreise, die in verticalen Ebenen liegen, von denen der eine fest, der andere um eine feste Axe drehbar ist, und deren Mittelpunkte in derselben horizontalen Ebene liegen, geben von den Strömen i und i' umflossen das Drehmoment (mit Vernachlässigung von $\frac{1}{s^7}$ und den höheren Potenzen):

$$M = i\,i' \frac{a^2\pi \cdot c^2\pi}{s^3} \sin\alpha \left\{1 + \frac{6\,b\,p}{s^2} \cos\alpha\right\} .$$

wo $a^2\pi$ die Fläche des festen von i durchströmten Kreises, $c^2\pi$ die des beweglichen von i' umflossenen ist, wo ferner:

$$s^2 = a^2 + b^2 + c^2 + p^2 - 2\,bp \cos\alpha$$

ist und

b den Abstand des festen Kreises von der Drehaxe,

p den Abstand des beweglichen Kreises von der Drehaxe,

α den Winkel der zwei Kreisebenen bedeutet.

Wenn zu jedem der zwei Kreise, wie das beim Dynamometer der Fall ist, ein zur Axe symmetrisch liegender gleicher vorhanden ist, so ist das Gesammtmoment:

$$M = 4\, i\, i' \frac{a^2 \pi \,.\, c^2 \pi}{t^3} \sin \alpha$$

wobei:

$$t^2 = a^2 + b^2 + c^2 + p^2$$

Die Einwirkung des Erdmagnetismus auf den beweglichen von i' umströmten Kreis hängt, da der Kreis nur um eine verticale Axe drehbar ist, nur vom horizontalen Theil H ab, dieser giebt das Drehmoment:

$$H i' \, c^2 \pi \cos \varphi$$

wobei φ der Winkel der Ebene des beweglichen Kreises mit dem magnetischen Meridian ist.

Da in diesem Ausdrucke p nicht vorkommt, so ist der Abstand des Kreises von der Drehaxe gleichgiltig. Die Einwirkung auf eine Spule mit parallelen gleichen Windungen ist also n-mal so gross, wenn n die Zahl der Windungen ist. Dagegen ist für die verschiedenen Schichten von Windungen noch eine Summation nöthig.

Hat man sonach zwei Spulen mit beliebig vielen Schichten von Windungen, aber symmetrisch zur Drehaxe, so ist das Moment derselben aufeinander, wenn sie von den Strömen i und i' durchflossen werden:

$$M = F\, i\, i' \sin \alpha$$

wo F nur von der Form der Spulen, der Anzahl und Lage der Windungen abhängt.

Die Einwirkung des Erdmagnetismus auf die bewegliche Rolle ist:

$$M = f \,.\, H i' \cos \varphi$$

wo f wieder blos von der Art der Spule abhängt.

Zur Bestimmung der Windungsfläche einer Drahtspule, wie sie hiebei vorkommt, lässt man nach Kohlrausch durch eine Tangentenbussole mit einer Windung (deren Durchmesser scharf bestimmbar ist) und eine entfernt aufgestellte Spule denselben Strom gehen und vergleicht die Wirkungen beider Leiter auf die Nadel der Bussole.

Das Drehmoment der Bussole ist:

$$\frac{2 i m \pi}{r} . \cos \varphi$$

wo m das magnetische Moment der Nadel ist. (Siehe Magnet S. 72.)

Die Spule sei in grossem Abstand a von der Nadel in der ersten Hauptlage (Windungsebenen parallel dem magnetischen Meridian) aufgestellt, dann ist das Moment der Spule auf die Nadel:

$$\frac{2 i m f}{a^3} \cos \varphi$$

(siehe Elektrodynamik S. 41).

Das Moment des Erdmagnetismus (eventuell nebst dem des Aufhängefadens) ist:

$$C m \sin \varphi$$

Der Winkel φ entspreche dem Falle, dass der Strom in der Spule und der Bussole gleich gerichtet sei. Ist der Strom in der Bussole entgegengesetzt, so entstehe die Ablenkung φ', welche negativ zu nehmen ist, wenn sie φ entgegengesetzt ist.

Man hat dann für die zwei Fälle:

$$\left(2 \frac{f}{a^3} + \frac{2\pi}{r}\right) i = C tg \varphi$$

$$\left(2 \frac{f}{a^3} - \frac{2\pi}{r}\right) i = C tg \varphi'$$

also:

$$f = \frac{a^3\pi}{r} \frac{tg\,\varphi + tg\,\varphi'}{tg\,\varphi - tg\,\varphi'} = \frac{a^3\pi}{r} \frac{sin\,(\varphi + \varphi')}{sin\,(\varphi - \varphi')}$$

Ist die Entfernung a nicht sehr gross, so hat man statt $\frac{2f}{a^3}$ als Fernwirkung der Rolle zu setzen:

$$\frac{2f}{a^3}\left\{1 + \frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{2}l^2 - \frac{9}{10}\rho\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{3}{16}l^4 - \frac{9}{8}l^2\rho + \frac{45}{56}\rho'\right)\right\}$$

wobei: $\rho = \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}$; $\rho_1 = \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}$

l die Axenlänge, r_0 den inneren und r_1 den äusseren Halbmesser der cylindrischen Spule bedeuten.

Das Moment der bifilaren Aufhängung ist bei der Drehung um den Winkel ψ aus der Ruhelage:

$$M = \tfrac{1}{2}\, G \frac{d^2}{l}\, sin\,\psi$$

wo G das Gewicht der Spule, d der Abstand der Aufhängefäden in der Ruhelage und l die Länge der Fäden ist.

Wirkt die Torsion, so hat man bei der Drehung um den Winkel ψ aus der Ruhelage das Torsionsmoment:

$$T\,.\,\psi$$

in Rechnung zu ziehen.

Für sehr kleine Ablenkungswinkel ψ kann man den Momenten der bifilaren Aufhängung und der Torsion dieselbe Form geben, da man ψ an die Stelle von $sin\,\psi$ setzen hann. Es sei $T\,.\,\psi$ diese Form.

Man hat dann folgende Combinationen von Beobachtungen mit dem Dynamometer:

1. Der Strom geht nur durch die bewegliche Rolle, deren Windungen parallel zum magnetischen Meridian seien: $(\varphi = o)$

$$T\,.\,\psi = f\,.\,H\,.\,i$$

Wird zugleich eine Tangentenbussole eingeschaltet, so ist:

$$i = \frac{rH}{2n\pi} tg\ \alpha$$

(siehe Bussole S. 8).

Die erste Gleichung giebt iH, wenn f/T bekannt ist, die zweite i/H. Ist H bekannt, so geben die zwei Gleichungen f/T.

2. Die Windungen der beweglichen Spule seien senkrecht zum magnetischen Meridian ($\varphi = 90^0 - \psi$), beide Spulen durchströmt:

$$T\,\psi - f\,H i'\ sin\ \psi = F\ i i'\ cos\ \psi$$

Ist der Strom in den Spulen gleich, so hat man:

$$T\,\psi - f\,H\,i\ sin\ \psi = F\ i^2\ cos\ \psi$$

Wird der Strom umgekehrt, so ist:

$$T\,\psi_1 + f\,H\,i\ sin\ \psi_1 = F\ i^2\ cos\ \psi_1$$

Für kleine Winkel folgt:

$$2\,T = F i^2 \left(\frac{1}{\psi} + \frac{1}{\psi_1}\right)$$

Wird zugleich eine Tangentenbussole eingeschaltet, so ergiebt sich für bekanntes H der Werth von F/T.

3. Es werde zu gleicher Zeit das Dynamometer und das Spiegel-Galvanometer benutzt.

Man lasse zunächst den Strom J durch beide Apparate gehen, wie in 2.; er lenke den Magnet um φ, die Spule um φ' dauernd ab. Dann sende man einen kurz dauernden Strom durch die Apparate, welcher die Ausschläge ψ und ψ' bewirke. Bezeichnet man mit t die Schwingungsdauer des Magnets, mit t' die der Rolle, so ist die Intensität i des kurz dauernden Stromes:

$$i = \frac{\psi' t' \varphi}{\psi\, t\, \varphi'}\ J$$

und die Dauer des Stromes:

$$\tau = \frac{\psi^2 t^2 \varphi'}{\pi \psi' t' \varphi^2}$$

Elektrisches Licht. Vergleicht man das Gaslicht mit dem Tageslicht an den verschiedenen Stellen des Spectrums bei den Fraunhofer'schen Linien (*a, C, D, E, F, G*), so ergiebt sich die relative Helligkeit des Gaslichtes zu:

Roth *a*,	Roth *C*,	Gelb *D*,	Grün *E*,	Blau *F*,	Violett *G*
1·33	1·18	1·00	0·50	0·50	0·31

Das Gaslicht ist also wie bekannt roth gegen Sonnenlicht. Alles Rothe erscheint intensiv leuchtend, während Grün, Blau und insbesondere Violett an Stärke verlieren.

Vergleicht man Gaslicht mit elektrischem Licht, so ergiebt sich:

Roth	Gelb	Grün	Blau	Violett
1·80	1·00	0·40	0·30	0·10

Im Verhältniss zum elektrischen Licht ist die röthliche Farbe des Gaslichtes noch viel auffallender. Daher die gewöhnliche Behauptung, das elektrische sei bläulich, weil man es immer mit Gaslicht vergleicht.

Vergleicht man aber das Sonnenlicht mit dem elektrischen Licht; so erhält man für letzteres die Zahlen

Roth	Gelb	Grün	Blau	Violett	äusserstes Violett
2·09	1·00	0·99	0·87	1·03	1·21

Das elektrische Licht überwiegt also in Roth und Violett, bleibt zurück in Grün und Blau, wird also gegen Sonnenlicht röthlich-gelb erscheinen.

Elektrodynamik. Die Lehre von den Bewegungserscheinungen, welche durch Einwirkung elektrischer Ströme auf bewegliche durchströmte Leiter hervorgebracht werden oder durch Einwirkung von Magnetpolen auf durchströmte Leiter oder umgekehrt. Ampère hat die hiefür geltenden Gesetze zuerst entwickelt. (Mémoires de l'Académie des sciences VI, 1823.) In der neuesten Zeit sind verschiedene andere Theorien aufgestellt worden (Grassmann, Clausius, Helmholtz und Andere); für geschlossene Ströme führen alle zu denselben Resultaten.

Ampère geht von folgenden Sätzen über die Wirkung zweier Stromelemente ds und ds' aus, welche von den Strömen i und i' durchflossen sind und deren Mitten den Abstand r haben.

1. Zwei parallele Stromelemente, senkrecht zur Verbindungslinie ihrer Mitten, ziehen sich, wenn gleich gerichtet, an mit der Kraft:

$$\frac{i i' \, ds \, ds'}{r^2}$$

stossen sich ab bei entgegengesetzter Richtung. Im letzten Falle erhalten i und i' entgegengesetzte Zeichen, daher auch die Kraft das Zeichen Minus erhält, das also der Abstossung entspricht.

2. Zwei Stromelemente, welche in die Richtung r fallen, stossen sich, wenn gleich gerichtet, ab mit der Kraft:

$$-\frac{i i' \, ds \, ds'}{2 r^2}$$

3. Zwei zu einander senkrechte Stromelemente, die beide senkrecht zu r stehen oder von denen das eine mit r zusammenfällt, geben die Einwirkung Null.

4. Beliebig gerichtete Elemente werden nach drei zu einander senkrechten Richtungen zerlegt, z. B. ds in seine drei Projectionen dx, dy, dz auf drei Axen X, Y, Z und ds' in dx' dy', dz'. Die Einwirkung von ds auf ds' ist dann die Summe der Einwirkungen jeder Com-

ponente des ersten Elementes auf jede der zweiten, und fällt in die Richtung r.

Aus diesen Annahmen folgt als Einwirkung eines beliebig gelegenen Elementes auf ein anderes die Kraft:

$$P = \frac{i\,i'\,ds\;ds'}{r^2}\left\{\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\vartheta\;\cos\vartheta'\right\}$$

wo ε der Winkel der Richtungen beider Elemente und ϑ und ϑ' die Winkel der Richtungen der Elemente (im Sinne des Stromes genommen) mit der Richtung r sind.

Wenn man die theilweisen Ableitungen der Verbindungslinie r nach den Elementen ds und ds' einfügt, so kann man dem Werthe von P die Form geben:

$$P = \frac{i\,i'\,ds\;ds'}{2\,r^2}\left\{\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} - 2r\,\frac{d^2 r}{ds\,ds'}\right\}$$

welche W. Weber auf anderem Wege gefunden hat.

Wenn i' einem geschlossenen Strom angehört, so sind die Componenten von P nach den Coordinatenaxen:

$$X_1 = \tfrac{1}{2}\,i\,i'\,ds\,(C\cos\beta - B\cos\gamma)$$

$$Y_1 = \tfrac{1}{2}\,i\,i'\,ds\,(A\cos\gamma - C\cos\alpha)$$

$$Z_1 = \tfrac{1}{2}\,i\,i'\,ds\,(B\cos\alpha - A\cos\beta)$$

wo α, β, γ die Winkel von ds mit den Axen sind und

$$A = \int\left\{\frac{y'-y}{r^3}\,dz' - \frac{z'-z}{r^3}\,dy'\right\}$$

$$B = \int\left\{\frac{z'-z}{r^3}\,dx' - \frac{x'-x}{r^3}\,dz'\right\}$$

$$C = \int\left\{\frac{x'-x}{r^3}\,dy' - \frac{y'-y}{r^3}\,dx'\right\}$$

die **Determinanten** des geschlossenen Stromes heissen. Sie sind unabhängig von der Richtung des Elementes ds und hängen nur von den Coordinaten seines Mittelpunktes ab.

Die Anwendung dieser Formeln zur Berechnung der Einwirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement führen zu einfachem Resultat nur in den allereinfachsten Fällen. Die Richtung der Resultante der Einwirkung des geschlossenen Stromes ist immer senkrecht zum Element.

Ein Kreisstrom in der Ebene YZ, dessen Mittelpunkt im Ursprung liegt und dessen Halbmesser R ist, übt auf ein Element, dessen Mitte auf X im Abstand a vom Ursprung liegt, eine Einwirkung aus, deren Componenten

$$X_1 = o \;,\; Y_1 = i i' \, ds \cos \gamma \frac{\pi R^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$Z_1 = - \, i i' \, ds \cos \beta \frac{\pi R^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

sind. Die Resultante steht senkrecht zum Element und ist parallel zur Kreisebene.

Die Einwirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf ein Element, das mit ihm in einer Ebene liegt, ist:

$$\frac{i i'}{s} \frac{ds}{\sin \gamma}$$

wo γ der Winkel des Elementes ds mit dem unbegrenzten Strom und s der Abstand der Mitte von ds von dem Schnittpunkt von ds und dem unbegrenzten Strom ist.

Gehört ds zu einem begrenzten Strom von $s = s_0$ bis $s = s_1$, so ist die Einwirkung:

$$\frac{i i'}{\sin \gamma} \lg \frac{s_1}{s_0}$$

Beide Einwirkungen liegen in der Ebene durch ds und den unbegrenzten Strom und sind senkrecht zu s.

In den meisten Fällen kommt man besser zum Resultat, wenn man zunächst die Einwirkung eines kleinen geschlossenen Stromes betrachtet. Da nämlich eine bestimmte umströmte Fläche in unendlich kleine umströmte Flächen sich theilen lässt, indem man durch beliebig zu wählende Linien die Fläche eintheilt, und da bei der Annahme, dass jede der kleinen Flächen von einem Strome gleicher Richtung und Stärke umströmt sei, je zwei Ströme, welche an der Grenzlinie zweier kleiner Flächen fliessen, sich aufheben, so bleiben nur die Ströme am Umfang übrig, d. h. die Einzelströme um die kleinen Flächen üben zusammen dieselbe Wirkung aus, wie der Strom um die ganze Fläche. Wenn man also für die Wirkung eines kleinen Stromes einen einfachen Ausdruck hat, so erhält man durch Integration über die ganze Fläche die Wirkung des die Fläche umfliessenden Stromes.

Ampère findet für die Einwirkung eines kleinen geschlossenen Stromes mit der Fläche f' die Determinanten

$$A = \frac{f'}{r^3}\left(\cos\lambda - \frac{3q}{r}\cos a\right),\quad B = \frac{f'}{r^3}\left(\cos\mu - \frac{3q}{r}\cos b\right)$$

$$C = \frac{f'}{r_3}\left(\cos\nu - \frac{3q}{r}\cos c\right)$$

Hierbei sind λ, μ, ν die Winkel der Senkrechten, welche von der Mitte von ds auf die Ebene der kleinen Fläche gefällt wird, mit den Coordinatenaxen, und q die Länge dieser Senkrechten; ferner a, b, c die Winkel von r, der Verbindungslinie der Mitte von ds und der Mitte von f', mit den Coordinatenaxen. Dabei ist vorausgesetzt, dass r gegen die Dimensionen der Fläche f' sehr gross sei. Die Componenten der einwirkenden Kraft ergeben sich, indem man in die Werthe von X, Y, Z, (S. 36) die Werthe von A, B, C einsetzt.

Wenn auf einer beliebigen Curve senkrechte Ebenen in gleichem längs der Curve gemessenen Abstand in der Zahl k' auf die Längeneinheit errichtet werden und in jeder eine unendlich kleine Fläche von constanter Grösse f', deren Mitte auf der Curve liegen soll, angenommen wird, so nennt dies Ampère ein Solenoid. (Derselbe Name wird jetzt häufig für einen Schraubendraht angewendet, dessen Wirkung sich genähert durch eine Anzahl paralleler gleicher Kreise ersetzen lässt, welche ihre Mittelpunkte auf derselben zu den Kreisebenen senkrechten Geraden in gleichem Abstand voneinander haben (siehe Elektromagnetismus S. 45).

Die Einwirkung eines solchen Solenoids auf ein Stromelement hat die Determinanten:

$$A_1 = f'\left(\frac{x'}{r^3} - \frac{x_1'}{r_1^3}\right), \quad B_1 = f'\left(\frac{y'}{r^3} - \frac{y_1'}{r_1^3}\right)$$

$$C = f'\left(\frac{z'}{r^3} - \frac{z_1'}{r_1^3}\right)$$

wo x', y', z' die Coordinaten des Anfangspunktes, x_1', y_1', z_1' die des Endpunktes des Solenoids sind, r und r_1 die Entfernungen dieser zwei Punkte von der Mitte des Stromelementes. Ist der Endpunkt unendlich weit entfernt, so fällt das letzte Glied weg, man spricht von einem einseitig begrenzten Solenoid und dessen Determinanten hängen blos von dem Anfangspunkt und von der Fläche f' ab. Man hat:

$$A = f'\frac{x'}{r^3}, \quad B = f'\frac{y'}{r^3}, \quad C = f'\frac{z'}{r^3}$$

wobei ds im Ursprung angenommen ist. Die Componenten der Anziehung sind:

$$X_2 = \frac{k}{2} i i' \, d s \frac{f'}{r^3} (z' \cos \beta - y' \cos \gamma)$$

$$Y_2 = \frac{k}{2} i i' \, d s \frac{f'}{r^3} (x' \cos \gamma - z' \cos \alpha)$$

$$Z_2 = \frac{k}{2} i i' \, d s \frac{f'}{r^3} (y' \cos \alpha - x' \cos \beta) \; .$$

Die Resultante hat den Werth

$$R = \frac{k}{2} i i' \, d s \frac{f}{r^2} \sin \varepsilon$$

wo ε der Winkel von r und $d s$ ist, und steht senkrecht sowohl auf ds als auf r, d. h. auf der Ebene durch r und ds.

Nun hat Laplace aus Versuchen von Biot und Savart nachgewiesen, dass die Elementarwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol, der die Menge m Magnetismus enthält, gegeben ist durch:

$$\frac{m i \, d s}{r^2} \sin \varepsilon$$

wo ε der Winkel der Verbindungslinie r des Magnetpols und der Mitte von $d s$ ist, und dass diese Wirkung senkrecht zur Ebene durch r und $d s$ ist.

Man kann also einen Magnetpol ersetzen durch ein einseitig begrenztes Solenoid, wenn:

$$m = \frac{k}{2} i' f$$

Darauf beruht Ampère's Theorie der Magnete.

Die Formel für die Einwirkung eines Magnetpols auf ein Stromelement und umgekehrt lässt sich häufig anwenden.

1. Ein Kreisstrom wirke auf einen Magnetpol, der in seinem Mittelpunkt sich befinde. Der Pol erleidet einen Druck

$$\frac{2 \pi \, m i}{R}$$

senkrecht zum Kreis, wobei R der Kreishalbmesser ist.

2. Ein Kreisstrom wirke auf einen Magnetpol, der seitlich auf dem Mittenlothe des Kreises liege, in der Entfernung a vom Kreismittelpunkt; der Pol erleidet einen Druck:

$$\frac{2\pi m i R^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

in der Richtung von a. Wenn a sehr gross ist gegen R, so hat man:
$$\frac{2\pi m i R^2}{a^3}$$

3. Ein vertical ausgespannter Draht von unbegrenzter Länge übt auf einen Magnetpol m, der im magnetischen Meridian durch den Draht liegt, einen Druck

$$\frac{2 m i}{D}$$

senkrecht zum magnetischen Meridian aus, wenn D der Abstand des Pols von dem Draht ist.

Neumann hat gezeigt, wie man die Formel für die Einwirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement umformen kann. Sind x, y, z die Coordinaten der Mitte von ds und bleiben für den geschlossenen Strom die obigen Bezeichnungen (S. 38), so kann man den Determinanten die Form geben:

$$A = f' \frac{d}{dq} \left(\frac{x - x'}{r^3}\right), \quad B = f' \frac{d}{dq} \left(\frac{y - y'}{r^3}\right)$$
$$C = f' \frac{d}{dq} \left(\frac{z - z'}{r^3}\right)$$

so dass die Componenten der einwirkenden Kraft sind:

$$X = \tfrac{1}{2}\, i i' f \left\{\frac{d}{dq} \left(\frac{z' - z}{r^3}\right) dy - \frac{d}{dq} \left(\frac{y' - y}{r^3}\right) dz\right\}$$
$$Y = \tfrac{1}{2}\, i i' f \left\{\frac{d}{dq} \left(\frac{x' - x}{r^3}\right) dz - \frac{d}{dq} \left(\frac{z' - z}{r^3}\right) dx\right\}$$
$$Z = \tfrac{1}{2}\, i i' f \left\{\frac{d}{dq} \left(\frac{y' - y}{r^3}\right) dx - \frac{d}{dq} \left(\frac{x' - x}{r^3}\right) dy\right\}$$

Wenn das Element ds, dessen Projectionen dx, dy, dz sind, ebenfalls einem unendlich kleinen geschlossenen Strom angehört, dessen Fläche f ist, und wenn die Senkrechte von der Mitte der Fläche f' auf die Ebene der Fläche f mit q' bezeichnet wird, so sind die Componenten der Einwirkung der zwei geschlossenen Flächen auf einander:

$$X = \frac{1}{2}\, i i' f f' \frac{d^2}{dq\, dq'} \left(\frac{x' - x}{r^3}\right)$$

$$Y = \frac{1}{2}\, i i' f f' \frac{d^2}{dq\, dq'} \left(\frac{y' - y}{r^3}\right)$$

$$Z = \frac{1}{2}\, i i' f f' \frac{d^2}{dq\, dq'} \left(\frac{z' - z}{r^3}\right)$$

Aus diesen Formeln erhält man für die Einwirkung zweier einseitig begrenzter Solenoide:

$$X = \frac{k k'}{2}\, i i' f f' \frac{x' - x}{r^3}, \qquad Y = \frac{k k'}{2}\, i i' f f' \frac{y' - y}{r^3}$$

$$Z = \frac{k k'}{2}\, i i' f f' \frac{z' - z}{r^3}$$

also gleich der Einwirkung zweier Magnetpole, welche die Mengen Magnetismus

$$m = \frac{k i f}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad m' = \frac{k' i' f'}{\sqrt{2}}$$

enthalten.

Die Einwirkung eines Solenoids und eines kleinen geschlossenen Stromes ist gegeben durch:

$$X = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dq} \left(\frac{x' - x}{r^3}\right)$$

$$Y = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dq} \left(\frac{y' - y}{r^3}\right)$$

$$Z = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dq} \left(\frac{z' - z}{r^3}\right)$$

Statt dieser Ausdrücke kann man schreiben:

$$X = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dx}\left(\frac{d \cdot \frac{1}{r}}{dq}\right),\quad Y = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dy}\left(\frac{d \cdot \frac{1}{r}}{dq}\right)$$

$$Z = \frac{k}{2}\, i i' f f' \frac{d}{dz}\, \frac{d \cdot \frac{1}{r}}{dq}.$$

woraus man sieht, dass eine Kraftfunction (siehe Potential S. 104) existirt, nämlich:

$$K = \frac{k}{2}\, i i' f f' \left(\frac{d \cdot \frac{1}{r}}{dq}\right)$$

deren Ableitungen nach den Axen die diesen parallelen Componenten geben.

Ersetzt man das Solenoid durch einen Magnetpol, so ergiebt sich:

$$K = m i' f' \frac{d \cdot \frac{1}{r}}{dq}$$

Diese Formel kann man benutzen, um die Einwirkung einer Bussole auf eine Magnetnadel zu finden (siehe Bussole S. 6).

Die nach Neumann (siehe S. 41) umgeformten Componenten der Einwirkung eines kleinen geschlossenen Stromes f' auf ein Element ds, dessen Mitte im Ursprung liegt, sind:

$$X = \frac{1}{2}\, i i' f \left\{ \frac{d}{dq}\left(\frac{z'}{r^3}\right) dy - \frac{d}{dq}\left(\frac{y'}{r^3}\right) dz \right\}$$

und ähnlich Y und Z.

Denkt man sich f' mit der Menge Magnetismus $+ m$ bedeckt und eine zweite Fläche gleich gross im kleinen Abstand dq symmetrisch zur ersten liegend mit

— m, so geben diese zwei Mengen Magnetismus nach dem Satze von Biot und Savart die Einwirkung auf ds:

$$X = m\,i\,d\,s \left\{ \frac{d}{dq}\left(\frac{z'}{r^3}\right)\cos\beta - \frac{d}{dq}\left(\frac{y'}{r^3}\right)\cos\gamma \right\} d\,q$$

und ähnlich Y und Z.

Beide Formeln stimmen überein, wenn:

$$\tfrac{1}{2}\, i' f' = m\, d\, q$$

Der kleine zur Fläche f' normale Magnet mit den Mengen Magnetismus m in den Polen und von der Länge $d\,q$ ersetzt dann den die Fläche f' umfliessenden Strom i'.

Elektrolytisches Mass. Die durch verschiedene Ströme in derselben Zeit zersetzten Mengen sind der Stromstärke proportional. Die Zersetzungsproducte desselben Stromes in verschiedenen Elektrolyten sind einander chemisch äquivalent. (Faraday.)

Der Strom, welcher im dynamischen System (siehe Masssysteme S. 86) die Stärke Eins hat, zersetzt in einer Minute 0·0554 Gr. Wasser, 0·660 Gr. Silber und 0·1950 Gr. Kupfer. Ein Cubikcm. zersetzten Wassers (Wasserstoff und Sauerstoff) entspricht 0·5363 Mgr. Wasser.

Ein Ampère zersetzt in der Minute 0·00554 Gr. Wasser und schlägt 0·0660 Gr. Silber und 0·01990 Gr. Kupfer nieder.

Elektromagnetismus. Unter der Einwirkung eines elektrischen Stromes wird Eisen magnetisch. Wenn ein dünner Eisenstab symmetrisch rechtwinkelig zu einem durchströmten geraden Leiter gestellt wird, so erhält er ein magnetisches Moment (siehe Magnetismus S. 72).

$$N = 2\,k\,i\,\omega\,\varphi$$

wo k der Inductionscoefficient, i die Stromstärke, ω der Querschnitt des Stabes und $2\,\varphi$ der Winkel der Geraden von den Enden des Stabes zu dem dem Stab nächsten Punkt des Leiters ist.

$$tg\,\varphi = \frac{L}{h}$$

wo *h* die kürzeste Entfernung von Stab und Leiter, *L* die halbe Länge des Stabes.

Ist der Stab sehr klein gegen seine Entfernung von dem Leiter, so ist:

$$N = 2\,k\,i\,\omega\,\frac{L}{h}$$

Ein Kreisstrom, zu dessen Fläche ein Eisenstab senkrecht und symmetrisch liegt, giebt ihm das magnetische Moment:

$$N = 4\,k\,\pi\,i\,\omega\,\sin\varphi$$

wo *k, i,* ω dieselbe Bedeutung wie vorher haben, und

$$tg\,\varphi = \frac{L}{R}$$

R der Halbmesser des Kreisstromes, *L* die halbe Länge des Stabes ist.

Ein Schraubendraht, zu dem ein Stab symmetrisch liegt, giebt ihm das magnetische Moment:

$$N = 4\,k\,\pi\,\omega\,i\,\frac{n}{l}\left\{\sqrt{R^2 + (L+l)^2} - \sqrt{R^2 + (L-l)^2}\right\}$$

wo *n* die Windungszahl, 2 *l* die Länge, *R* der Halbmesser des Schraubendrahtes und 2 *L* die Länge des Stabes ist.

Für enge Windungen erhält man

$$N = 8\,k\,\pi\,\omega\,i\,n\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{R^2}{L^2 - l^2}\right\}$$

und für einen sehr langen Stab:

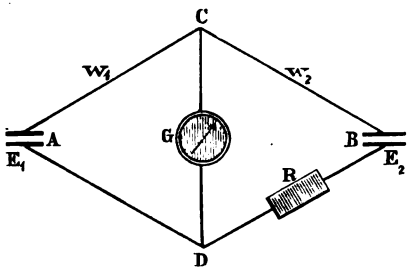
$$N = 8\,k\,\pi\,\omega\,i\,n$$

d. h. das magnetische Moment ist nur von der Stromstärke und der Windungszahl abhängig, unabhängig von der Grösse und Dichte der Schraube.

Bei diesen Formeln ist der gegenseitige Einfluss der magnetisirten Eisentheilchen nicht berücksichtigt: im weichen Eisen ist derselbe bedeutend.

Elektromotorische Kraft. Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist das Volt, welches in absolutem Masse $10^8 \left(gr^{\frac{1}{2}}\ cm^{\frac{3}{2}}\ sec^{-2}\right)$ beträgt (siehe Massein-

Fig. 1.



heiten S. 90). Ein Daniell hat die elektromotorische Kraft 1·12 Volt (sonach ein Volt = 0·893 Daniell).

Die Bestimmung der elektromotorischen Kraft geschieht am einfachsten mit dem Quadrantenelektrometer durch directe Messung der Potentiale beider Platten und Vergleichung mit einem Normalelektromotor.

Alle anderen Vergleichungen geschehen mit Zuhilfenahme des elektrischen Stromes. Von solchen Methoden seien erwähnt:

1. Nach Poggendorf werden die zwei Elektromotoren, die verglichen werden sollen, mit gleich gerichteter Wirkung in einen Stromkreis eingeschaltet, der

durch einen Zweigdraht CD (siehe Fig. 1) in zwei Theile getheilt wird, von denen einer das eine Element A, der andere das andere B enthält. Auf Seite von B wird ein Rheostat eingeschaltet, im Zweigdraht ein Galvanometer. Durch Aenderung des Widerstandes mit Hilfe des Rheostaten kann man es dahin bringen, dass das Galvanometer keinen Ausschlag giebt. Dann ist:

$$\frac{E_1}{w_1} = \frac{E_2}{w_2}$$

wenn E_1 und E_2 die elektromotorischen Kräfte und w_1 und w_2 die Gesammtwiderstände der Zweige CAD und CBD sind.

Vermehrt man jetzt w_1 um a und w_2 um b (am einfachsten durch einen Messdraht, dessen Enden an die Enden von CAD und CBD angeschlossen werden, während der Zwischendraht CGD mit dem Ende D auf dem Messdraht schleift), so ist, wenn das Galvanometer wieder keinen Ausschlag giebt:

$$\frac{E_1}{w_1 + a} = \frac{E_2}{w_2 + b}$$

und daher auch:

$$\frac{E_1}{a} = \frac{E_2}{b}$$

d. h. die elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie die Theile des Messdrahtes.

2. Bei der Compensationsmethode von Poggendorf und Bosscha werden die Elektromotoren entgegengesetzt wirkend eingeschaltet, ein Galvanometer auf Seite des schwächeren, ein Rheostat im Zweigdraht BC (siehe Fig. 2). Dann ist (siehe Strom S. 136):

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w}{w + w_1}$$

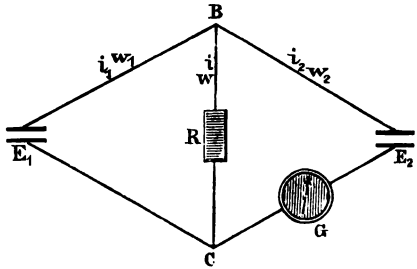
wenn das Galvanometer keinen Ausschlag giebt. Dabei ist w der Widerstand längs *B C* mit Einschluss des Rheostaten und w_1 der Widerstand auf Seite von E_1. Vermehrt man w um *a* und w_1 um *b*, so dass das Galvanometer wieder keinen Ausschlag giebt, so ist:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w + a}{w + a + w_1 + b}$$

und daher auch:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{a}{a + b}.$$

Fig. 2.



Zur Bestimmung von *a* und *b* kann man wieder einen Messdraht wie vorher verwenden.

3. Man schalte zwei zu vergleichende Elemente mit gleicher und mit entgegengesetzter Richtung des Stromes in einen Stromkreis, der eine Bussole enthält. Ist *W* der totale Widerstand, *i* die Stromstärke und sind E_1 und E_2 die elektromotorischen Kräfte, so hat man:

bei gleicher Richtung der Elemente: $W i_1 = E_1 + E_2$

bei entgegengesetzter Richtung: $W i_2 = E_1 - E_2$

also:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2}$$

und:

$$E_1 = E_2 \frac{i_1 + i_2}{i_1 - i_2}$$

Für die Tangentenbussole folgt:

$$E_1 = E_2 \frac{tg\,\alpha_1 + tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1 - tg\,\alpha_2} = E_2 \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Für die Sinusbussole:

$$E_1 = E_2 \frac{\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2}{\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2} = E_2 \frac{tg\,\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)}{tg\,\frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Bei einem Torsionsgalvanometer für die Ausschläge a_1 und a_2:

$$E_1 = E_2 \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}$$

Für das Elektrodynamometer, beide Rollen von demselben Strom durchströmt, bei den Ausschlägen a_1 und a_2:

$$E_1 = E_2 \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}$$

wenn man die Wirkung des Erdmagnetismus vernachlässigen darf.

In allen diesen Formeln ist $E_1 > E_2$ angenommen.

4. Hat man eine grössere Zahl von Elementen zweierlei Art, so sucht man m Elemente hintereinander von der einen Sorte zusammenzustellen, denen n der anderen Sorte entgegenwirken, bis ein in den Stromkreis eingeschaltetes Galvanometer keinen Strom anzeigt. Dann verhalten sich die elektromotorischen Kräfte umgekehrt wie die Zahl der verwendeten Elemente jeder Art.

$$E_1 = E_2 \frac{n}{m}$$

Die elektromotorischen Kräfte der gebräuchlichsten Elemente in Volt ausgedrückt sind:

Daniell	1·12
Leclanché	1·40
Grove	1·95
Bunsen	1·95

Doch sind dies nur Durchschnittszahlen, Aenderung der Säuren und Salze in ihrem Gehalt sind von grossem Einfluss.

Entladung. Wenn man zwei geladene isolirte Leiter A und B von gleichem Potential durch einen dünnen isolirten Draht verbindet, dessen Capacität gegen die der Leiter verschwindet, so ändert sich in ihrem Zustand nichts, sie behalten ihr gleiches Potential. Wenn dagegen A ein grösseres Potential V_1 und B das kleinere V_2 besitzt, so nehmen bei der Verbindung durch den dünnen Draht die beiden Leiter ein gemeinschaftliches Potential an und eine der Potentialdifferenz $(V_1 - V_2)$ entsprechende Elektricitätsmenge wird von A nach B übergeführt. Die Erscheinung vollzieht sich momentan, die übergeleitete Elektricität kann theilweise oder vollständig in andere Energie: Wärme, Licht u. s. w., verwandelt werden. Man spricht dann von Entladung oder, was dasselbe ist, einem momentanen Strome von Elektricität.

Wenn die Leiter gleichviel Elektricität, aber entgegengesetzter Art enthalten haben, so ist nach der Entladung ihr Potential Null. Wenn einer der Körper leitend mit der Erde verbunden wird, so wird sein Potential auch Null, der Körper wird entladen, weil man die Erde als unendlich grossen Leiter betrachten kann, auf dem die Dichte der mitgetheilten Elektricität Null ist.

Das Potential der zwei Körper auf sich selbst (siehe Potential S. 105) giebt die Energie der Entladung. Für eine Leydener Flasche ist dieselbe

$$2\pi \frac{Q^2}{S} \varepsilon$$

wo Q die Elektricitätsmenge, S die Oberfläche und ε der kleine Abstand der beiden Belegungen ist.

Ries hat diese Formel geprüft, indem er die Entladung ganz auf Wärme-Erzeugung verwandte.

Erd-Inductor. Eine Inductionsspule, welche sich um eine Axe drehen lässt, die horizontal oder vertical gestellt werden kann. Wird sie um eine horizontale Axe gedreht, welche in den magnetischen Meridian fällt, so kann nur die verticale Componente des Erdmagnetismus wirken, da der Winkel jedes Elementes der Windungen mit der horizontalen Componente gleich bleibt. Die Stärke des Inductionsstromes ist also der verticalen Componente V des Erdmagnetismus proportional. Wird dagegen die Axe vertical gestellt, so wirkt nur die horizontale Componente H, der Inductionsstrom ist dieser proportional. Dreht man beidemal mit gleicher Geschwindigkeit und erhält man bei Anwendung der Multiplicationsmethode (siehe diese S. 91) die einem Stoss entsprechenden Ablenkungen x_1 und x_2, so ist:

$$\frac{V}{H} = \frac{x_1}{x_2}$$

(siehe Induction S. 66), womit die Inclination i bestimmt ist, da

$$\frac{V}{H} = tg\ i$$

Statt des Verhältnisses x_1 zu x_2 kann man das der grössten Ablenkungen selbst nehmen, wenn λ sich nicht ändert. (Siehe Multiplication S. 91.)

Erdmagnetismus. Eine ganz frei bewegliche Magnetnadel nimmt an jedem Ort der Erde eine bestimmte Lage an, welche durch den Winkel mit dem Horizont — Inclination — und den Winkel der durch sie gehenden Verticalebene mit dem astronomischen Meridian — Declination — bestimmt ist. Diese zwei Winkel bestimmen sich mit dem Declinatorium und Inclinatorium direct (eine indirecte Bestimmung der Inclination siehe bei Erd-Inductor). Das dritte Bestimmungsstück, die Intensität, hat zuerst Gauss in absolutem Masse zu bestimmen gelehrt.

Sein Verfahren bestand darin, dass die Schwingungszeit eines Magnetstabes und die Ablenkung, welche dieser Stab unter bestimmten Verhältnissen ertheilt, gemessen wurde. Die Schwingungszeit gab das Product aus dem Moment des Stabes und der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, die Ablenkung das Verhältniss beider.

Die Schwingungszeit eines Magnetstabes ist (siehe Magnetismus S. 76)

$$t = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{N.H}}$$

wo Θ das Trägheitsmoment des Stabes, N sein magnetisches Moment und H die horizontale Componente des Erdmagnetismus ist. Auf unendlich kleine Schwingungsbogen, für welche die obige Formel allein gilt, wird die beobachtete Zahl t' reducirt, wenn man mit

$\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$ dividirt oder mit $\left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$ multiplicirt,

wobei α den Bogen zwischen einer äussersten Lage und der Ruhelage bedeutet. (Statt 16 ist 64 zu nehmen, wenn man unter α den Unterschied zweier aufeinander folgender äusserster Lagen versteht (siehe Schwingung S. 111).

Das Trägheitsmoment ist in den wenigsten Fällen direct bestimmbar. Man legt deswegen einen nicht magnetischen Körper von einfacher geometrischer Form, am besten einen durch zwei gleichaxige Cylinderflächen, die senkrecht zur Axe abgeschnitten sind, gebildeten Ring so auf den Magnet, dass die Cylinderaxe mit der Drehaxe zusammenfällt.

Sind r_1 und r_2 die zwei Halbmesser, μ die Masse des Ringes, so ist das Trägheitsmoment:

$$\vartheta = \frac{1}{2} \mu \, (r_1^2 + r_2^2)$$

wobei nach Gauss' Vorgang in das Trägheitsmoment als Masse die Anzahl Milligramm eingesetzt wird, welche man bei der Abwägung erhalten hat (siehe Masseinheiten S. 82).

Nachdem der Ring aufgesetzt ist, erhält man eine grössere Schwingungszeit, die wie oben auf unendlich kleine Bogen reducirt

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{\Theta + \vartheta}{N . H}}$$

ist. Aus diesem Werth und dem von t folgt:

$$t_1^2 - t^2 = \pi^2 \frac{\vartheta}{N H}$$

oder:

$$N H = \pi^2 \frac{\vartheta}{(t_1 + t)\,(t_1 - t)}$$

Dabei ist noch die Torsion des Aufhängefadens zu berücksichtigen. Kommt der Magnet bei einer bestimmten Lage zur Ruhe und dreht man den Aufhängepunkt des Fadens um den Winkel ω, so erhält man eine neue

Ruhelage, welche mit der alten den Winkel ψ bilde. Der Aufhängepunkt ist dann um $(\omega - \psi)$ gedreht, weil der Stab um ψ nachgefolgt ist, also ist das Torsionsmoment:

$$T\,(\omega - \psi)$$

Ihm entgegen wirkt die horizontale Componente des Erdmagnetismus, deren Moment $N.\,H.\,\psi$ ist, wenn ψ klein ist. Beide Momente halten sich das Gleichgewicht, also ist:

$$T\,(\omega - \psi) = N\,.\,H\,.\,\psi$$

und:

$$\beta = \frac{T}{NH} = \frac{\psi}{\omega - \psi}.$$

Da nun nicht blos das Moment des Erdmagnetismus, welches $NH \sin \psi$ ist, sondern auch das der Torsion $T\psi$ wirkt, so hat man bei kleinen Schwingungen NH zu ersetzen durch $NH + T = (1 + \beta)\,NH$.

β ergiebt sich aus den zwei beobachteten Winkeln ω und ψ.

Man hat somit in den obigen Ausdrücken NH noch mit $(1 + \beta)$ zu multipliciren.

Die Ablenkung einer Magnetnadel durch den Magnetstab erfolgt gewöhnlich durch die „Tangentenablenkung Nord oder Süd" (siehe Magnetismus S. 74). Die Nadel wird auf einen Massstab gestellt, dessen Längenrichtung parallel dem magnetischen Meridian ist, der Magnetstab senkrecht zum magnetischen Meridian, so dass sein Mittelloth durch die Mitte der Nadel geht. Ist die Nadel halb so lang, als der Magnetstab, so ist (siehe Magnetismus S. 75)

$$H \operatorname{tg} u = \frac{N}{e^3}$$

wo u die Ablenkung und e der Abstand der Mitten der Magnetnadel und des Magnetstabes ist.

Die Beobachtung giebt also:

$$\frac{N}{H} = e^3 \, tg \, u$$

Wenn die Nadel nicht halb so lang als der Magnetstab ist und wenn man die zweiten Glieder der Ablenkungsformel nicht vernachlässigen will, so beobachtet man in zwei Abständen e_1 und e_2, die sich etwa wie 4:3 verhalten, und erhält:

$$\frac{N}{H} = \frac{e_1{}^5 \, tg \, u_1 - e_2{}^5 \, tg \, u_2}{e_1{}^2 - e_2{}^2}$$

Nachdem so das Product von N und H aus der Schwingungszeit, das Verhältniss von N und H aus der Ablenkung bestimmt ist, ergiebt sich N und H für sich.

Die Dimension von $N \, . \, H$ (siehe Masseinheiten S. 84) ist nach der obigen Formel:

$$[M \, L^2 \, T^{-2}]$$

Die von N/H ist:

$$[L^3]$$

daher folgt für N und H die Dimension:

$$N = \left[M^{\frac{1}{2}} \, L^{\frac{5}{2}} \, T^{-1}\right], \quad H = \left[M^{\frac{1}{2}} \, L^{-\frac{1}{2}} \, T^{-1}\right]$$

Gauss hat seine Bestimmungen in Millimeter, Milligramm und Secunden gemacht. Für die in der Elektrotechnik festgesetzten Einheiten (Centimeter, Gramm, Secunde) sind also die Zahlen von Gauss mit zehn zu dividiren (siehe Masseinheiten S. 80). Nach Gauss ist für Mitteleuropa der Werth von H etwa zwei, nach dem neuen Masssystem also 0·2.

Nach Kohlrausch ist der Werth von H in Mitteleuropa für 1883 durch folgende Tafel gegeben (Länge von Ferro, Centimeter, Gramm, Secunde):

Nördl. Breite	Länge = 20°	25°	30°	35°	40°
45	0·209	0·212	0·217	0·221	0·225
46	0·205	0·208	0·213	0·217	0·221
47	0·201	0·204	0·209	0·212	0·217
48	0·197	0·200	0·204	0·208	0·213
49	0·192	0·196	0·200	0·204	0·208
50	0·188	0·192	0·196	0·200	0·204
51	0·185	0·188	0·192	0·196	0·200
52	0·181	0·184	0·188	0·192	0·195
53	0·177	0·181	0·185	0·188	0·191
54	0·174	0·177	0·182	0·184	0·187
55	0·169	0·175	0·178	0·181	0·183

Eine einfachere Methode, die Stärke des Erdmagnetismus zu bestimmen, ist von Kohlrausch angegeben worden. Ein Drahtring sei an seinen beiden Zuleitungsdrähten mit der Windungsfläche im magnetischen Meridian (als Bifilar-Galvanometer) aufgehängt. Seine Windungsfläche sei f, die statische Directionskraft der bifilaren Aufhängung gleich D. Dann bringt der Strom i im Drahtringe eine kleine Ablenkung α hervor, gegeben durch:

$$D \, tg \, \alpha = f i H$$

(siehe Dynamometer S. 32).

Nördlich oder südlich in dem grossen Abstande a von der Mitte des Ringes befinde sich eine Magnetnadel, sie erfährt durch den Strom im Ring eine Ablenkung φ, gegeben durch:

$$a^3 \, tg \, \varphi = \frac{fi}{H}$$

(siehe Elektrodynamik S. 41).

Dividirt man beide Formeln, so folgt:

$$H^2 = \frac{D}{a^3} \, \frac{tg \, \alpha}{tg \, \varphi}$$

Die Directionskraft D kann direct bestimmt werden. Man hat:

$$D = \frac{e_1 \, e_2}{4 \, l} \, G$$

wo e_1 und e_2 die Abstände der Befestigungspunkte der Fäden oben und unten gemessen, l die Fadenlänge und G das Gewicht des Bifilar-Galvanometers ist (siehe Schwingung S. 116).

Statt des Bifilar-Galvanometers kann man auch einen Magnetstab verwenden, es tritt dann M an die Stelle von fi. Der Magnetstab wird senkrecht zum magnetischen Meridian aufgehängt und umgelegt.

Ersatz einer Dynamomaschine durch Elemente. Es sei E die elektromotorische Kraft der Dynamomaschine, W ihr innerer Widerstand, e und w dasselbe für das galvanische Element, das man zum Ersatz benutzen will.

Um die gleiche elektromotorische Kraft zu erzielen, hätte man E/e Elemente hintereinander nöthig, dann wäre ihr Widerstand $w \, . \, E/e$, was gewöhnlich grösser als W sein wird. Nimmt man n-mal so viel Elemente und bildet Gruppen von je n Elementen nebeneinander, so ist der Widerstand:

$$\frac{w \, . \, \frac{E}{e}}{n}$$

während die elektromotorische Kraft bleibt. Setzt man diesen Widerstand W gleich, so folgt:

$$n = \frac{E}{e} \frac{w}{W}$$

Die Gesammtzahl wäre sonach:

$$n \cdot \frac{E}{e} = \frac{E^2}{e^2} \frac{w}{W} = \frac{E^2}{W} : \frac{e^2}{w}$$

$\frac{E^2}{W}$ oder $E . J$ und $\frac{e^2}{w}$ oder $e i$ sind aber bei kurzem Schluss die Energien, welche die Maschine und die Elemente liefern. Das Verhältniss dieser giebt also die nothwendige Zahl der Elemente.

Dabei ist zu bemerken, dass die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine mit der Drehgeschwindigkeit und dem äusseren Widerstand sich ändert, also nur für einen bestimmten Fall die gleich geltende Zahl der Elemente bestimmt werden kann.

Farbe des elektrischen Lichtes, siehe elektrisches Licht S. 34.

Feld, magnetisches. Siehe Potential S. 107.

Fehler in der Leitung, siehe Telegraphenleitung S. 143.

Flasche, Leydener, siehe Entladung S. 50.

Franklin's Tafel, siehe Condensator S. 15.

Galvanometer. Während bei der Bussole zur Messung der Stromstärke (siehe Bussole) ein Kreisring oder eine Reihe kreisförmiger Windungen benutzt werden, deren Halbmesser beträchtlich grösser sind als die Länge der Magnetnadel, sind beim Galvanometer, das im Allgemeinen zum Messen schwächerer Ströme dient, die Windungen möglichst dicht an die Nadel gelegt, haben also Dimensionen, die wenig grösser als die der Nadel sind. In Folge dessen gilt das Gesetz der Tangente nicht mehr. Will man Messungen mit einem solchen Galvanometer machen, so muss man es graduiren. Von den verschiedenen Methoden dies zu thun, scheint die folgende die besten Resultate zu geben.

Man lässt den Strom eines oder mehrerer galvanischen Elemente durch eine Tangenten-Bussole gehen, so dass eine Ablenkung entsteht (etwa bis 50°). Von der Tangenten-Bussole muss man überzeugt sein, dass ihre Tangente ein Mass der Stromstärke ist. In einem Nebenschluss wird das Galvanometer, das graduirt werden soll, eingeschaltet, mit so viel Widerstand, dass die Ablenkung möglichst gross (60 bis 70°) ist. Indem man nun durch Einschaltung von Widerständen die Stromstärke des Elementes schwächt, erhält man je zwei entsprechende Ablenkungen der Bussole und des Galvanometers, welche Stromstärken entsprechen, die stets dasselbe Verhältniss haben (die Widerstände werden ausserhalb der Zweige im Hauptdraht eingeschaltet).

Man kennt jetzt das Verhältniss der Stromstärken, welche bestimmten Ausschlägen des Galvanometers entsprechen, durch die Tangenten der Ablenkungen der Bussolennadel gemessen.

Um den absoluten Werth der Stromstärken zu bestimmen, wird das Galvanometer und ein Voltameter (siehe Voltameter S. 157) in einen Stromkreis eingeschaltet und so viel Widerstand dazu, dass das Galvanometer einen mittleren Ausschlag (von 40 bis 50°) zeigt. Wird dann von Zeit zu Zeit (etwa 5 Minuten) der Ausschlag des Galvanometers notirt, bis eine grössere Gasmenge oder ein grösserer Niederschlag im Voltameter sich gebildet hat, so kann man den absoluten Werth der Stromstärke, der einem bestimmten Ausschlag entspricht, berechnen.

Trägt man nämlich die den Ausschlägen des Galvanometers entsprechenden vorher gefundenen relativen

Stromstärken s als Ordinaten für die Zeit als Abscisse auf, so liegen die Enden der Ordinaten auf einer Curve (wegen der Stromschwankungen in Folge der ungleichmässigen Polarisation und der Aenderung der Elemente). Der Inhalt zwischen dieser Curve, den Anfangs- und Endordinaten und der Abscissenaxe ist:

$$s_0 \,.\, T$$

wo s_0 die dem mittleren Ausschlag entsprechende Stromstärke und T die Gesammtzeit der Beobachtung ist. In absolutem chemischen Masse ausgedrückt, ist der Inhalt gleich der reducirten Gasmenge (siehe Voltameter S. 157), welche im Voltameter sich gebildet hat oder dem Gewicht des Niederschlages. Dividirt man also diese Menge durch T, so hat man s_0 in chemischem Masse und durch Multiplication mit 0·9484 in absolutem dynamischen Mass. Werden alle anderen relativen Stromstärken mit dieser Zahl multiplicirt und mit s_0 dividirt ($s_0 = \frac{F}{T}$, wo F die Fläche jener Curve ist), so hat man die absolute Stromstärke, welche einem Ausschlag des Galvanometers entspricht.

Die Zahl, womit man die Tangente des Ausschlages zu multipliciren hat, um das absolute Mass des Stromes zu erhalten, nennt man den Reductionsfactor.

Beim Spiegelgalvanometer, wo der Ausschlag nur klein ist, giebt dieser unmittelbar ein Mass für die Stromstärke. Der Reductionsfactor ergiebt sich wie vorher durch Einschaltung eines Voltameters.

Das Galvanometer kann zur Messung kurz dauernder Ströme benutzt werden. Wenn ein Strom nur momentan durchgeht, so ist er vorbei, ehe sich die Nadel in Bewegung setzt. Die Nadel erhält nur einen Stoss, es wird ihr eine bestimmte Drehgeschwindigkeit mitgetheilt, vermöge der sie bis zu einem Winkel α ausschlägt. Es ist:

$$i\,\tau = f\,\frac{T}{\pi}\,\alpha$$

wo i die Stromstärke, τ die Stromdauer, T die Schwingungsdauer der Nadel und f der Reductionsfactor des Galvanometers ist.

Wenn die Nadel unter dem Einflusse einer Dämpfung schwingt und bis zu einem Winkel α ausschlägt, so ist

$$i\,\tau = f\,\frac{T}{\pi}\,\alpha\,e^{\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}}$$

wo λ das natürliche logarithmische Decrement (siehe Schwingung S. 127).

Für mässige Dämpfung folgt:

$$i\,\tau = f\,\frac{T}{\pi}\,\alpha\,\sqrt{k}$$

wobei $k = e^{\lambda}$ das Dämpfungsverhältniss ist.

Gaugain's Bussole, siehe Bussole S. 8.

Gegenstrom, siehe Polarisation S. 103.

Grove's Element, siehe elektromotorische Kraft S. 50, und Widerstand S. 176.

Helligkeit. Wenn man über einer Kreisfläche vom Halbmesser a eine Lichtquelle senkrecht über dem Mittelpunkt anbringt, so wird der Kreisumfang am stärksten beleuchtet für die Höhe $h = 0{\cdot}7\,a$ über dem Kreise. Die grösste Helligkeit ist:

$$\frac{4\,\pi\,J\,\sqrt{3}}{9\,a}$$

wenn J die Lichtmenge in der Entfernung 1 Mtr. für die Fläche Eins ist.

Ein Maximum der Helligkeit für die ganze Kreisfläche insgesammt giebt es nicht. (Lichtquelle im Mittelpunkte gäbe hier unendliche Helle.)

Die Beleuchtung auf der Peripherie ist:

$$J_1 = J_0 \frac{h}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

Für eine geradlinige Reihe von Lampen in der Höhe h_1 und im Abstand $2r_1$ voneinander folgt dann:

$$J_n = 2\, h_1\, J_0 \left\{ \frac{1}{(r_0 + h_1{}^2)^{3/2}} + \frac{1}{(9\, r_1{}^2 + h_1{}^2)^{3/2}} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(25\, r_1{}^2 + h_1{}^2)^{3/2}} + \ldots \right\}$$

Soll diese Beleuchtung durch n Lampen in gerader Linie gleich der vorhergehenden an der Peripherie des einen Kreises sein, so ist:

$$h_1 = 1{\cdot}5\, h \text{ und } r_1 = 1{\cdot}5\, r$$

zu nehmen, wenn das Verhältniss von r und h gleich bleiben soll, um wieder zweckmässigste Beleuchtung zu erhalten.

Die Entfernung zweier Lampen ist dann:

$$d = 2\, r_1 = 3\, r$$

Will man eine Fläche gleichmässig erleuchten, so nimmt man eine Anzahl Reihen im Abstand $3\, r$ in Quadraten angeordnet.

Inclination. Ihr Betrag ist für 1883 nach Kohlrausch (Länge von Ferro):

Nördl. Breite	Länge = 20	25	30	35	40
45		62·2	61·3	60·4	
46		63·0	62·0	61·2	
47	64·3	63·6	62·8	62·0	61·4
48	65·0	64·4	63 6	62·8	62 1
49	65·7	65·1	64·3	63·6	63·0
50	66·3	65·7	65·1	64·3	63·7
51	67·0	66·4	65·8	65·1	64·5
52	67·6	67·0	66·4	65·9	65·2
53	68·3	67·6	67·0	66·5	66·0
54		68·3	67·7	67·2	66·8
55			68·4	68·0	67·6

Induction. Wenn man, wie Neumann gethan hat, den Satz von Lenz anwendet: „Wenn ein Leiter A, vom Strom i durchströmt, einem zweiten Leiter B genähert wird, so entsteht in B ein Strom, der demjenigen gleich und entgegengesetzt ist, welcher, wenn er in B wäre, jene Annäherung elektrodynamisch zu bewirken im Stande wäre", so kommt man zu folgender Inductionsformel:

$$p = \frac{\varepsilon}{w'}\left[\frac{i\,ds}{m}\right] u\, K\, ds'$$

d. h. die von A inducirte elektromotorische Kraft ist proportional der Componente Kds' längs des Weges von A von der elektrodynamischen Wirkung, welche von B nach A ausgehen würde, wenn B von der Stromeinheit durchflossen ist; ferner proportional der Strommenge *ids* in *A* oder der Menge Magnetismus *m* im Pol *A*, wenn es sich um Magnet-Induction handelt; dann der Geschwindigkeit *u* von *ds* und endlich dem Inductions-Coefficienten ε, der von Querschnitt und Lage von *A* und *B* unabhängig ist und mit der Zeit so rasch abnimmt, dass man den Strom als nur momentan dauernden betrachten kann. w' ist der Widerstand in *B*, also *p* der Elementarstrom, der in *B* entsteht.

Für die Zeit *dt* ergiebt sich:

$$p = \frac{\varepsilon}{\mathrm{w}'}\left[\begin{matrix} i\ ds \\ m \end{matrix}\right] u\, dt\, K ds'$$

oder wenn $d\mathrm{v}$ das Wegelement ist:

$$p = \frac{\varepsilon}{\mathrm{w}'}\left[\begin{matrix} i\ ds \\ m \end{matrix}\right] d\mathrm{v}\, K\, ds'$$

Für einen endlichen Weg und den ganzen Leiter *B* folgt:

$$P = \frac{\varepsilon}{\mathrm{w}'}\left[\begin{matrix} i\ ds \\ m \end{matrix}\right] \int d\mathrm{v} \int K\, ds'$$

Handelt es sich um einen geschlossenen Strom *ds'* und einen Magnetpol *m*, so theilt man den ersten in Elementarströme von den Flächen *df* (vergl. Elektrodynamik S. 38). Die Potential-Function der elektrodynamischen Wirkung eines solchen kleinen Stromes auf den Pol ist:

$$i' m \frac{d}{dq} \int \frac{1}{r}\, df$$

(siehe Elektrodynamik S. 43) und für die Einheit des Stromes und des Magnetismus:

$$V = \frac{d}{dq} \int \frac{df}{r}$$

Die Ableitung dieses Ausdruckes nach v ist die Componente der elektrodynamischen Kraft, welche einwirkt, oder $\int K\, d\, s'$. Somit hat man:

$$P = \frac{e\, m}{w'} \int d\, v \frac{d\, V}{d\, v} = \frac{e\, m}{w'} (V - V_0)$$

V bestimmt sich als Oberflächentheil einer Kugel vom Halbmesser Eins, welcher von einem Kegel, dessen Spitze der Magnetpol und dessen Basis die Fläche B ist, ausgeschnitten wird. Ist dieser Anfangs ω_0, am Ende ω, so ist:

$$P = \frac{\varepsilon\, m}{w'} (\omega_0 - \omega)$$

Bewegt sich ein Magnetpol längs des Mittellothes eines Kreisstromes, so wird bei der Annäherung des Pols an den Strom ω immer grösser, erreicht im Mittelpunkte des Stromes den Werth $2\,\pi$. Bei der Entfernung nimmt ω noch weiter zu und wenn die Endlage eben so weit vom Kreise entfernt ist, wie die Anfangslage, wenn der letzten ω_0 entspricht, so entspricht der ersten $(4\,\pi - \omega_0)$.

Wenn dagegen der Magnetpol ausserhalb des Kreises die Kreisebene schneidet und eine symmetrische Lage annimmt, so nimmt ω_0 ab, wird Null, wenn die Kreisebene geschnitten wird und dann negativ, bis der Werth $(-\omega_0)$ ist. Da die Entfernung vom Kreise die entgegengesetzte Stromrichtung giebt, so hat man in diesem Falle:

$$P = \frac{\varepsilon\, m}{w'} (\omega_0 - \omega_0) = 0$$

Im vorigen Falle dagegen:

$$P = \frac{\varepsilon\, m}{w'} \left\{ \omega_0 - (\omega_0 - 4\,\pi) \right\} = 4\,\pi \frac{\varepsilon\, m}{w'}$$

Man erhält also nur einen Integralwerth beim Durchgang durch den Kreis, und Rückkehr aussen. Ginge der Pol beidemal durch den Kreis, so würden sich die zwei Werthe heben, ginge er beidemal aussen vorbei, so würde bei jedem Durchgang der Werth Null sein.

Wenn ein Leiter um eine verticale Axe drehbar ist, so wird in ihm durch den horizontalen Theil des Erdmagnetismus ein Strom inducirt. Ist der Leiter kreisförmig, so erhält man bei einer Drehung von ϑ_0 zu ϑ den Strom:

$$P = \frac{\varepsilon}{w'} H \pi R^2 (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta)$$

wo R der Halbmesser des Kreisringes und ϑ dessen Winkel mit einer zum magnetischen Meridian senkrechten Ebene.

Für eine halbe Umdrehung von $\vartheta_0 = 0$ aus folgt:

$$P = 2 \frac{\varepsilon}{w'} H \pi R^2$$

Bei der Drehung um eine horizontale Axe ist V statt H zu setzen, d. h. die verticale Componente des Erdmagnetismus. Die Anfangs- und Endlage der Windungen muss dabei eine horizontale sein.

Intensität der elektrischen Beleuchtung, siehe Helligkeit S. 61.

Intensität des Erdmagnetismus, siehe diesen S. 52.

Joule's Gesetz, siehe Masseinheiten S. 87.

Kabel, Capacität, siehe Condensator S. 18.

Kirchhoff's Sätze, siehe Strom S. 131.

Kraft, siehe elektromotorische, S. 46.

Kraftfunction, siehe Potential S. 104.

Kraftübertragung. Wenn der Strom einer Dynamomaschine in eine zweite geleitet wird (die erste heisst die primäre, die zweite die secundäre), dann wird der Anker der secundären in eine Drehung versetzt, welche derjenigen entgegengesetzt ist, die bei derselben Maschine jenen Strom hervorbringen würde.

Da in beiden Maschinen der Strom derselbe ist, so muss auch der wirksame Magnetismus in beiden gleich stark sein. Man hat dann (siehe Dynamomaschinen S. 27):

$$E_1 = n\,M\,\mathrm{v}_1 \qquad E_2 = n\,M\,\mathrm{v}_2$$

wo der Index 1 auf die primäre, der Index 2 auf die secundäre Maschine sich bezieht, E die elektromotorische Kraft, M den wirksamen Magnetismus, n die Windungszahl des Ankers, v die Tourenzahl bedeutet.

Die Stromstärke i beim Gesammtwiderstande W ist dann:

$$i = \frac{E_1 - E_2}{W} = n\,M\,\frac{\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2}{W}.$$

Ferner ist die Arbeit ($c = 0{\cdot}0018$ nach Kohlrausch; $c = 0{\cdot}0016$ nach Fröhlich, Einheit der Arbeit eine Pferdekraft, elektromotorische Kraft in Daniell, Widerstand in Siemens'schen Einheiten):

$$L_1 = c\,E_1\,i = c\,i\,n\,M\,\mathrm{v}_1 = c\,i^2\,W\frac{\mathrm{v}_1}{\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2}$$

$$L_2 = c\,E_2\,i = c\,i\,n\,M\,\mathrm{v}_2 = c\,i^2\,W\frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{v}_1 - \mathrm{v}_2}$$

Die vom Strome im ganzen Kreise erzeugte Wärme S ist $L_1 - L_2 = c\,i^2\,W$ und sonach der Nutzeffect:

$$N = \frac{L_2}{L_1} = \frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{v}_1} = \frac{E_2}{E_1}$$

Diese aus der Wirkung einer Dynamomaschine theoretisch abgeleiteten Werthe scheinen der Erfahrung nicht zu genügen. Nach Fröhlich rührt dies daher, dass die Foucault'schen Ströme, d. h. die Inductionsströme, welche im Eisen des Ankers entstehen, nicht berücksichtigt sind.

Bei der primären Maschine sind sie den Strömen in den Ankerumwicklungen gleichgerichtet, sie schwächen daher, wie jene, den wirksamen Magnetismus und die elektromotorische Kraft E und vermehren darum die nöthige Arbeit L_1. In der secundären Maschine dreht sich der Anker entgegengesetzt, die Ströme, welche im Ankereisen entstehen, sind daher entgegengesetzt den Strömen in den Ankerdrähten, sie verstärken den wirksamen Magnetismus, erhöhen die elektromotorische Kraft E_2 und verringern darum die geleistete Arbeit L_2.

Sind i_1 und i_2 die Ströme, welche in den zwei Ankereisen inducirt werden, so wird der wirksame Magnetismus M, welcher ohne diese Induction zu erwarten wäre, in der primären Maschine um εi_1 kleiner, in der secundären um εi_2 grösser, wobei ε nur von der Eisenconstruction abhängt. Man hat also für die wirksamen Magnetismen in beiden Maschinen:

$$M_1 = M - \varepsilon i_1, \quad M_2 = M + \varepsilon i_2$$

Ist u der Widerstand, der im Ankereisen für die Inductionsströme stattfindet, so ist:

$$i_1 = \frac{M_1 v_1}{u} = \frac{1}{n} \frac{E_1}{u}; \quad i_2 = \frac{M_2 v_2}{u} = \frac{1}{n} \frac{E_2}{u}$$

nach den oben gegebenen Werthen von E_1 und E_2.

Setzt mn $\varepsilon/u = \eta$, so erhält man:

$$M_1 = M(1 - \eta v_1), \quad M_2 = M(1 + \eta v_2)$$

woraus dann folgt:

$$E_1 = n M_1 v_1 = n M (1 - \eta v_1) v_1$$
$$E_2 = n M_2 v_2 = n M (1 + \eta v_2) v_2$$

und:

$$i = \frac{E_1 - E_2}{W} = \frac{n\,M}{W}\left\{ v_1 - v_2 - \eta\,(v_1^2 + v_2^2) \right\}$$

Ferner ergiebt sich für die Arbeitsgrössen:

$$L_1 = c\,n\,i\,M_1\,v_1 + c\,i_1\,M_1\,v_1$$
$$L_2 = c\,n\,i\,M_2\,v_2 - c\,i_2\,M_2\,v_2$$

oder wenn man:

$$\frac{c}{n^2\,u} = p$$

setzt:

$$L_1 = c\,i\,E_1 + p\,E_1^2 \text{ und } L_2 = c\,i\,E_2 - p\,E_2^2$$

Daraus dann:

$$N = \frac{L_2}{L_1} = \frac{E_2}{E_1}\left\{ 1 - \frac{p}{c\,i}\,(E_1 + E_2) \right\}$$

und wenn man mit F_1 und F_2 die Arbeit der Foucault'schen Ströme bezeichnet:

$$F_1 = p\,E_1^2, \quad F_2 = p\,E_2^2$$

Die Stromwärme S ist:

$$S = c\,i\,(E_1 - E_2)$$

und endlich die aufzuwendende Arbeit:

$$A_1 = A_2 + S + F_1 + F_2$$

Es lassen sich auch sämmtliche Grössen durch i, W, v_1 und v_2 ausdrücken, man erhält:

$$A_1 = c\,i^2\,W\frac{v_1}{v_1 - v_2}\left\{ 1 + \eta\,v_2\,\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} + \frac{p\,W}{c}\,\frac{v_1}{v_1 - v_2} \right\}$$

$$A_2 = c\,i^2\,W\frac{v_2}{v_1 - v_2}\left\{ 1 + \eta\,v_1\,\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} - \frac{p\,W}{c}\,\frac{v_2}{v_1 - v_2} \right\}.$$

$$N = \frac{v_2}{v_1}\left\{ 1 + \eta\,(v_1 + v_2) - \frac{p\,W}{c}\,\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2} \right\}$$

$$S = c\,i^2\,W$$

$$F_1 = p\,i^2\,W^2\,\frac{v_1^2}{v_1 - v_2}, \quad F_2 = p\,i^2\,W^2\,\frac{v_2^2}{v_1 - v_2}$$

Aus Versuchen bei bestimmten Maschinen fand Fröhlich:

$$\eta = 0{\cdot}00014 \qquad p = \frac{7\,.\,5}{n^2}$$

Die danach berechneten Werthe stimmen befriedigend mit den Versuchen.

Kurz dauernde Ströme, siehe Galvanometer S. 60.

Ladung, siehe Condensator S. 12 und Entladung S. 50.

Leclanché, siehe elektromotorische Kraft S. 50 und Widerstand S. 176.

Leitung, siehe Telegraphenleitung S. 142.

Leitungswiderstand, siehe Widerstand S. 167.

Lenz Gesetz, siehe Masseinheiten S. 87 und Induction S. 63.

Leydener Flasche, siehe Entladung S. 51.

Licht, siehe elektrisches Licht S. 34.

Lichtstärke, siehe Photometrie S. 99.

Luftthermometer. Glaskugel mit schraubenförmigem Platindraht im Innern, in eine thermometrische Röhre endigend, das Ganze in beliebige Neigung zum Horizont stellbar, in der Röhre eine thermometrische Flüssigkeit.

Ist φ die Neigung der Röhre gegen den Horizont, n die Anzahl Millimeter, um die bei Erwärmung des Platindrahtes die Flüssigkeit verschoben wird, k das Volumen der Luft in der Glaskugel in Einheiten der Scala, b der Barometerstand bei Abschluss der Kugel, t Anfangs- und t' die Schlusstemperatur der Luft in der Glaskugel, endlich $e = m/\cos\varphi$, wo m das Verhältniss des specifischen Gewichtes des Quecksilbers zu dem der Flüssigkeit, so ist:

$$n = \frac{k\,.\,b}{(273 + t)\left(\frac{k}{e} + b\right)}(t' - t)$$

Wird die Erwärmung der Luft durch Erwärmung des Drahtes auf T Grade hervorgebracht, so ist:

$$M\,C\,(T - t') = m\,c\,(t' - t)$$

wo M die Masse, C die specifische Wärme des Drahtes, m die Masse und c die specifische Wärme mit Ausdehnung der Luft ist.

Die Temperatur des Drahtes kann geschrieben werden:

$$\mathrm{T} = (273 + t)\left(\frac{1}{eb} + \frac{d}{k}\right)\left\{\frac{273\,K\,c\,\gamma\,b}{\pi\,s\,C\,l\,r^2\,(273 + t)} + 1\right\}\vartheta$$

wo K das innere Volumen der Glaskugel, d der Querschnitt der Röhre, γ das specifische Gewicht der Luft bei 0^0 und einem Druck von 1 Mm, c die specifische Wärme ohne Ausdehnung, l Länge und r Halbmesser des Drahtes, s sein specifisches Gewicht ist. (Ries.)

Magnet, Magnetismus. Zwei magnetische Theile, welche die Mengen m und m' Magnetismus enthalten und den Abstand r haben, ziehen sich an oder stossen sich ab mit der Kraft:

$$P = \frac{m\,m'}{r^2}$$

je nachdem sie ungleichnamigen oder gleichnamigen Magnetismus enthalten.

In jedem Magnet ist gleichviel nördlicher und südlicher Magnetismus enthalten, es gilt also die Gleichung:

$$S\,(m) = 0$$

Die Vertheilung des Magnetismus in einem Magnet ist nach Biot gegeben durch die Formel:

$$M = A\,\left\{\mu^{kx} - \mu^{-kx}\right\}$$

wo x von der Mitte aus gerechnet wird, A und k Constante sind. Für $x = 0$ ist der Magnetismus Null, in der Mitte wirkt keine Anziehung, für die grössten Werthe von x erhält man den grössten Werth des Magnetismus, also für $x = \pm\, l$, wo l die halbe Länge des Magnetes ist und da:

$$\mu^{kl} - \mu^{-kl} = -(\mu^{-kl} - \mu^{kl})$$

so ist der Magnetismus an den Enden entgegengesetzt.

Die Vertheilung des Magnetismus in einem Magnet entspricht also den Ordinaten einer Kettenlinie.

Wenn man alle magnetischen Elemente eines Magnetes mit ihren Entfernungen von der Mittenebene des Magnetes multiplicirt und die Summe bildet, so erhält man das magnetische Moment des Magnetes. Gewöhnlich hat man sich mit der Bestimmung dieses Momentes zu begnügen.

Wie man beim Pendel das physikalische und einfache unterscheidet, so kann man auch beim Magnet die complicirten Verhältnisse zurückführen auf den einfachen Fall, wobei man nur mit zwei Kraftmittelpunkten und ihrem Abstande zu thun hat. Nennt man die Kraftmittelpunkte Pole, so hat man den Vortheil, auf höchst einfachem Wege die Hauptresultate, die in der Praxis vorkommen, darstellen zu können.

Enthält der eine Pol die Menge $+ m$ Magnetismus, so enthält der andere $- m$ und ist $2\,l$ die Länge des einfachen Magnetes oder der Abstand der Pole, so ist $2\,m\,l$ das magnetische Moment.

Wenn eine bewegliche Nadel in einer Ebene mit den Polen eines Magnetstabes liegt, so hat man vier auf die Nadel wirkende Kräfte, von jedem Pol des Stabes auf jeden der Nadel. Wenn im Verhältnisse zur Entfernung der Pole des Stabes von denjenigen der Nadel die Dimensionen dieser klein sind, so werden die von einem Pole des Stabes ausgehenden Kräfte nahe gleich, parellel und entgegengesetzt gerichtet sein. An den Polen der Nadel wirken also gleiche, parallele aber entgegengesetzte Kräfte, welche an jedem Pole zusammengesetzt eben solche Resultanten geben, und in der Richtung dieser Resultanten wird sich die Nadel einstellen.

In diesem magnetischen Felde der zwei Pole des Stabes findet man als Kraftlinien (siehe Potential S. 106) krumme Linien, welche durch die Gleichung

$$\cos \beta_1 - \cos \beta_2 = const.$$

bestimmt sind. Die Winkel β_1 und β_2 sind die Winkel der Verbindungslinie der Pole, diese in bestimmtem Sinne genommen, mit den Fahrstrahlen von den Polen zu einem Punkte der Curve. Für verschiedene Werthe der Constanten erhält man die verschiedenen Kraftlinien oder die magnetischen Curven.

Je mehr man sich von den Polen entfernt, desto mehr nähern sich die Kraftlinien dem Parallelismus, man spricht dann von einem „homogenen" magnetischen Felde. Man kann die Kraftlinien sichtbar machen durch Aufstreuen von Eisenstaub (ferrum limatum) auf einen Bogen Papier, der schwach erschüttert wird.

Auch die Wirkung des Erdmagnetismus kann man durch einen einfachen Magnet ersetzt denken, dessen Pole im Innern der Erde liegen. Für jeden gegebenen Ort kann man die Entfernung dieser Pole als constant betrachten, sonach ist auch $\frac{M}{R^2}$, wo M die Menge Magnetismus in einem Erdpole ist, constant. Ihre horizontale Componente, soweit sie von beiden Polen herrührt, wird mit H, ihre verticale mit V bezeichnet (siehe Erdmagnetismus S. 52).

Die gesammte Einwirkung des Erdmagnetismus auf eine Nadel ist Null, weil die Kräfte an beiden Polen gleich und entgegengesetzt sind. Der Magnet erhält somit durch den Erdmagnetismus keine fortschreitende Bewegung, sondern nur eine drehende.

Eine vollkommen frei bewegliche Magnetnadel wird sich in die Richtung der erdmagnetischen Kraft stellen, eine in horizontaler Ebene drehbare in die Richtung von H, eine in verticaler Ebene drehbare in die Richtung der Resultante aus V und der in die verticale Ebene fallenden Componente von H.

Zu magnetischen Bestimmungen sind Ablenkungen von Nadeln durch Stäbe nöthig (vergl. Erdmagnetismus S. 52). Sie werden in der Art ausgeführt, dass die Berechnung möglichst einfach wird. Lamont führt vier solche Ablenkungen auf, wobei Stab und Nadel immer in derselben horizontalen Ebene liegen:

1. Stab senkrecht zur abgelenkten Nadel, auf ihrem Mittellothe liegend: Sinusablenkung Ost oder West.

2. Abgelenkte Nadel senkrecht zum Stab, auf dessen Mittellothe liegend, Sinusablenkung Nord oder Süd.

3. Stab senkrecht zum magnetischen Meridian, durch die Mitte der Nadel gehend, Tangentenablenkung Ost oder West.

4. Stab senkrecht zum magnetischen Meridian, wobei sein Mittelloth durch die Mitte der Nadel geht, Tangentenablenkung Nord oder Süd.

Für diese vier Fälle sei H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, u die Ablenkung, N das magnetische Moment des Stabes, e die Entfernung der Mitten des Stabes und der Nadel und r und r_1 die halben Längen des Stabes und der Nadel. Man erhält folgende Gleichungen nach fallenden Potenzen von e geordnet:

$$1.\quad H \sin u = \frac{2N}{e^3}\left\{1 + \frac{2r^2 - 3r_1^2}{e^2} + \ldots\right.$$

$$2.\quad H \sin u = \frac{N}{e^3}\left\{1 - \frac{3}{2}\,\frac{r^2 - 4r_1^2}{e^2} + \ldots\right\}$$

$$3.\quad H\, tg\, u = \frac{2N}{e^3}\left\{1 + \frac{2r^2 - (3 - 15 \sin^2 u)\, r_1^2}{e^2} + \ldots\right\}$$

$$4.\quad H\, tg\, u = \frac{N}{e^3}\left\{1 - \frac{3}{2}\,\frac{r^2 - (4 - 15 \sin^2 u)\, r_1^2}{e^2} + \ldots\right\}$$

Setzt man bei 1 und 3:

$$2r^2 = 3r_1^2 \quad \text{oder} \quad r_1 = r\sqrt{\tfrac{2}{3}}$$

bei 2. und 4.:

$$r^2 = 4r_1^2 \quad \text{oder} \quad r_1 = \tfrac{1}{2}\, r$$

so fällt bei der Sinusablenkung das zweite Glied weg, bei der Tangentenablenkung wird es sehr klein. Man kann sich also auf das erste Glied beschränken.

Ferner gehören zu magnetischen Bestimmungen Schwingungsversuche von Magnetstäben, welche in horizontaler Ebene sich drehen können. Beim physikalischen Pendel ist die Schwingungsdauer:

$$t = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{Mg\,.\,D}}$$

wo Θ das Trägheitsmoment des Pendels, M seine Masse, g die Beschleunigung der Schwerkraft und D der Abstand des Schwerpunktes von der Drehaxe ist. Beim Magnet tritt an die Stelle der Schwerkraft der Erdmagnetismus, und zwar dessen horizontale Componente, also an die Stelle von Mg der Ausdruck $H\mu$, wobei μ die

Menge Magnetismus in jedem Pole des Magnetstabes ist. Der Angriffspunkt dieser Kraft ist der Pol, dessen Abstand von der verticalen Drehaxe die halbe Länge L des Stabes ist (genauer der halbe Abstand seiner Pole). Das Product $H \mu L$ ist doppelt zu nehmen, weil der Erdmagnetismus auf beide Pole einwirkt; somit tritt beim Magnet an die Stelle von $M g D$ der Ausdruck $2 H \mu L$. Es ist aber $2 \mu L$ das magnetische Moment N des Stabes, also folgt:

$$t = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{H N}}$$

Diese Formel gilt nur für unendlich kleine Schwingungen. Sind die Schwingungsweiten merklich und ist α der Winkel des Magnetes bei seiner äussersten Lage mit seiner Ruhelage, so ist die beobachtete Zeit grösser, nämlich:

$$t' = \left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right) \pi \sqrt{\frac{\Theta}{H N}}.$$

t heisst die auf unendlich kleine Bogen reducirte Schwingungszeit. Beobachtet wird t', aus dieser beobachteten Zeit ergiebt sich t durch Division mit $\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$ oder Multiplication mit $\left(1 - \frac{\alpha^2}{16}\right)$, wo α als Bogen für den Halbmesser Eins einzusetzen ist.

In der folgenden Tabelle ist angegeben, der wievielte Theil der beobachteten Schwingungsdauer von dieser abzuziehen ist, um die auf unendlich kleine Bogen reducirte zu erhalten, wenn α der ganze Schwingungsbogen ist, d. h. der Winkel zweier aufeinander folgenden äussersten Lagen des Magnetes:

α		α		α		α	
0	0·00000	10	0·00048	20	0·00190	30	0·00428
1	000	11	058	21	210	31	457
2	002	12	069	22	230	32	487
3	004	13	080	23	251	33	518
4	008	14	093	24	274	34	550
5	012	15	107	25	297	35	583
6	017	16	122	26	322	36	616
7	023	17	138	27	347	37	651
8	030	18	154	28	373	38	686
9	039	19	172	29	400	39	723
10	0·00048	20	0·00190	30	428	40	761

Wegen der Torsion ist NH noch mit $(1 + \beta)$ zu multipliciren (siehe Erdmagnetismus S. 54). Lässt sich das Trägheitsmoment nicht direct bestimmen, so hilft man sich durch Hinzufügung eines Körpers von bekanntem Trägheitsmoment (siehe Erdmagnetismus S. 53).

Schwingt der Magnet nicht frei, sondern unter der Einwirkung einer Dämpfung, deren Verzögerung der Geschwindigkeit der Bewegung proportional gesetzt werden kann, so hat man:

$$x = a + b e^{-\gamma t} \sin \left\{(t - t_0) \sqrt{n^2 - \gamma^2}\right\}$$

wobei Spiegelbeobachtung vorausgesetzt ist. Ehe der Magnet in Bewegung kommt, falle der Theilstrich a mit dem Verticalfaden des Fernrohres zusammen. Für den Moment des Anfanges der Bewegung ist $t = t_0$. So oft

$$\sin \left\{(t - t_0) \sqrt{n^2 - \gamma^2}\right\}$$

der Einheit — positiv oder negativ — gleich wird, hat man einen grössten Ausschlag, welcher der Grösse nach gegeben ist durch:

$$b e^{-\gamma t}$$

Die grössten Ausschläge nehmen also in geometrischer Progression ab.

Der natürliche Logarithme des Quotienten dieser Progression, der gewöhnlich mit λ bezeichnet wird und das natürliche logarithmische Decrement heisst (siehe Dämpfung S. 22), bestimmt sich aus zwei beliebigen Ausschlägen p und q nach derselben Seite, welche um m volle Schwingungen aus einander liegen, durch die Gleichung:

$$\lambda = \frac{lg\, p - lg\, q}{m}$$

Ist T_1 die Schwingungsdauer des gedämpften Magnetes, so gilt für die des freien Magnetes T_0 die Gleichung:

$$\frac{\pi^2}{T_0^2} = \frac{\pi^2 + \lambda^2}{T_1^2}$$

Magnetische Curven, siehe Magnetismus S. 73.

Magnetnadel. Kleiner Magnet, um eine verticale Axe drehbar, sei es auf einer Spitze oder an einem Faden aufgehängt.

Mass, absolutes, Masseinheiten und Masssysteme. Bei physikalischen Messungen werden als Masseinheiten benutzt die Einheit der Masse, der Länge und der Zeit, und zwar nach Uebereinkunft des Elektrikercongresses in Paris 1881 das Gramm, das Centimeter und die Secunde mittlerer Zeit. Das Resultat der Messung hängt aber nicht blos von diesen Einheiten ab, sondern auch im Allgemeinen von der Art der verwendeten Instrumente. Wenn aber diese veränderlich sind — und das ist die Regel — so ist auch das Resultat einer Veränderung unterworfen, die nicht controlirbar ist. So ist z. B. die Methode von Hansteen, die Intensität des Erdmagnetismus nach der Schwingungszeit derselben Magnetnadel an verschiedenen Orten zu messen, unbrauchbar für Messung der zeitlichen Aenderung des Magnetismus, weil die Magnetnadel ihren Magnetismus ändert. Es wäre sonach Aufgabe, unveränderliche Instrumente zu construiren. Da dies der Natur der Sache nach unmöglich ist, hat Gauss das sogenannte absolute Mass eingeführt, indem er sich durch passende Combination von Beobachtungen unabhängig von der Individualität der verwendeten Instrumente machte (vergl. Erdmagnetismus).

Es wird heutzutage verlangt, dass alle Messungen in dieser absoluten Weise ausgeführt und ihre Resultate in Gramm, Centimeter, Secunde angegeben werden.

Um anzugeben, in welcher Weise eine Messung von Masse, Länge und Zeit abhängt, werden nach Maxwell in eckiger Klammer die Potenzen dieser drei, deren Bezeichnung M, L und T ist, wie sie in dem Ausdruck vorkommen, zusammengestellt und die Zusammenstellung „Dimension" genannt.

Die Dimension eines Weges ist $[L]$, die einer Fläche $[L^2]$, eines Raumes $[L^3]$.

Die Dimension einer Geschwindigkeit ist $[L\,T^{-1}]$, weil man sie erhält, indem man einen Weg mit einer Anzahl Zeiteinheiten dividirt.

Die Dimension einer Beschleunigung ist $[L\,T^{-2}]$, da die Beschleunigung die Zunahme der Geschwindigkeit mit der Zeit, also die Differenz zweier Geschwindigkeiten dividirt durch eine Zeit ist.

im Allgemeinen gebräuchlich ist, ist das Gramm die Einheit des Gewichtes und dann muss man hinzusetzen: für die Sternwarte von Paris. Der Uebergang von einem zum anderen Mass ergiebt sich aus dem Werthe von:

$$g = (978{\cdot}1 + 5 \, sin^2 \varphi) \, . \, cm \, . \, sec^{-2}$$

wo φ die geographische Breite des Ortes bezeichnet.

Da sich die Beschleunigung vom Aequator zum Pol nur um etwa fünf auf Tausend ändert, so entsteht praktisch kein Nachtheil, wenn z. B. der Mechaniker nach Pferdekräften rechnet, in welchen das Kilogramm als Gewicht steckt; theoretisch ist ein Unterschied: wenn im Norden eine Maschine für so und so viel Pferdekräfte bestellt wird, so kann sie im Süden mehr leisten, aber der Unterschied ist von keiner praktischen Bedeutung. Bei den feineren physikalischen Messungen ist dagegen unbedingt das Gramm als Masse zu betrachten, damit für den Fall, dass das Gewicht in einen Ausdruck eintritt, der Factor g sogleich die Veränderlichkeit anzeigt.

Wenn man z. B. das Trägheitsmoment des Hilfsringes bei Bestimmung des Erdmagnetismus (siehe diesen Artikel) in conventioneller Weise berechnet, also den Ring abwägt und das gefundene Gewicht mit g dividirt, um die Masse zu erhalten, so kommt in die Formel der Werth der Beschleunigung der Schwerkraft, während die Schwerkraft bei der Schwingungszeit des Magnetes nichts zu thun hat. Wenn man dagegen das mit der Wage Gefundene als Masse betrachtet, so kommt g gar nicht in's Spiel.

Auf der anderen Seite wird z. B. die bekannte Formel für Ausdehnung eines an einem Ende aufgehängten, am anderen belasteten Stabes nach conventionellem Mass geschrieben:

$$\lambda = L \frac{P}{q \, . \, E}$$

wo L die Länge des Stabes, P das angehängte Gewicht, q der Querschnitt und E der Elasticitätsmodul ist. Man sieht dieser Formel nicht an, dass λ von Ort zu Ort veränderlich ist. Im absoluten Mass schreibt man:

$$\lambda = \frac{L \, m \, g}{q \, . \, E}$$

und sieht unmittelbar die Abhängigkeit des λ von der Schwerkraft. Wenn man diese Formel conventionell behandeln würde, d. h. den angehängten Körper abwägen und das Resultat mit g dividiren würde, um die Masse zu erhalten, so würde λ wieder unabhängig von g.

Im conventionellen Mass ist der Elasticitätsmodul des Eisens:

$$20000 \; kg \; mm^{-2}$$

Im absoluten Mass: $1962 \, . \, 10^9 \; gr \; cm^{-1} \; sec^{-2}$

Da im letzten Falle das gr eine Masse bedeutet, so ist der Elasticitätsmodul unabhängig von der Schwerkraft, wie natürlich. Im conventionellen Mass dagegen wäre der Modul vom Werthe des Kilogramm als Gewicht gedacht abhängig, also von der Schwerkraft. Es kann somit kein Zweifel sein, dass die absolute Messung die consequenter verfahrende ist.

Die Messung der erdmagnetischen Wirkungen und der Mengen Magnetismus in Magneten geschieht (siehe Erdmagnetismus) nach Gauss durch Ablenkungs- und Schwingungsbeobachtungen. Man erhält dabei für die horizontale Componente des Erdmagnetismus und daher auch für die Intensität selbst die Dimension:

$$\left[M^{\frac{1}{2}} \, L^{-\frac{1}{2}} \, T^{-1} \right]$$

für das Moment eines Magnets die Dimension:

$$\left[M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{5}{2}}\ T^{-1}\right]$$

also für die Menge Magnetismus:

$$\left[M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{3}{2}}\ T^{-1}\right]$$

und daher für das Product einer Menge Magnetismus und der Erd-Intensität:

$$[M L T^{-2}]$$

d. h. die Dimension einer Kraft, was mit unserer Vorstellung von Anziehung und Abstossung elektrischer oder magnetischer Theilchen stimmt (siehe Abstossung). Die Menge Elektricität hat dann dieselbe Dimension, wie die Menge Magnetismus.

Bei der Einwirkung zweier elektrischer Mengen, wie sie die Coulomb'sche Wage giebt, ist die Elektricität in Ruhe: die oben angegebene Dimension bezieht sich also auf elektrostatische Kräfte oder, wie wir künftig der Kürze wegen sagen werden, da es sich hier immer um elektrische Wirkungen handelt, auf statische Kräfte. Jene Dimension entspräche also dem statischen Masssystem.

Die magnetischen Wirkungen lassen sich durchweg auf Bewegung der Elektricität in geschlossenen Strömen zurückführen. Die Einwirkung bewegter Elektricität sei es auf ruhende oder auf bewegte wird als elektrodynamische Einwirkung bezeichnet, also wird die Einwirkung eines Magnetes auf einen solchen oder auf elektrische Theile ebenfalls als elektrodynamische oder wieder wie vorher als „dynamische" kurzweg zu bezeichnen sein.

Dann hat also in statischem Mass die Elektricitätsmenge die Dimension:

$$\left[M^{\frac{1}{2}}\, L^{\frac{3}{2}}\, T^{-1}\right]$$

und im dynamischen Mass die Menge Magnetismus die Dimension:

$$\left[M^{\frac{1}{2}}\, L^{\frac{3}{2}}\, T^{-1}\right]$$

d. h. die zwei Dimensionen $[e_s]$ und $[m_d]$ sind gleich. (Der Index s soll das statische Masssystem, der Index d das dynamische bezeichnen.)

Um den Zusammenhang zwischen beiden Systemen zu finden, kann man nach Clausius den Satz von Ampère über die Ersetzung eines geschlossenen galvanischen Stromes durch zwei magnetische Flächen (siehe Elektrodynamik S. 44) benutzen. Er lautet: ein kleiner geschlossener Strom kann in seiner Einwirkung auf ein Stromelement ersetzt werden durch zwei entgegengesetzt magnetische Mengen im Abstand dq längs der Normale der Fläche gerechnet, wenn

$$\frac{1}{2}\, i\, df = m\, dq$$

wo i die Stromstärke des df umfliessenden Stromes, m die Menge Magnetismus an den Enden von dq bedeutet.

Die Stromstärke i ist die Menge Elektricität e, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fliesst, sie hat daher die Dimension:

$$[e\, T^{-1}]$$

Man hat somit nach der vorhergehenden Gleichung:

$$[e\, T^{-1}\, L^2] = [m\, L]$$

oder:

$$\frac{[m]}{[e]} = [L\, T^{-1}]$$

Diese Gleichung, sagt Clausius, welche nur ein Ausdruck der von Ampère festgesetzten Beziehung zwischen Magnetismus und elektrischen Strömen ist, muss für jedes Masssystem gelten, so dass aus ihr zwei specielle auf das statische und dynamische Masssystem bezügliche Gleichungen sich ableiten lassen:

$$\frac{[m_s]}{[e_s]} = [L\,T^{-1}] \quad \text{und} \quad \frac{[m_d]}{[e_d]} = [L\,T^{-1}]$$

Vermittelst der oben gefundenen Werthe von e_s und m_d ergiebt sich dann:

$$[m_s] = \left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{5}{2}}\,T^{-2}\right],\ [e_d] = \left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\right]$$

Es lassen sich nun die anderen Einheiten leicht ableiten. Für die Intensität des Stromes folgt in den beiden Masssystemen:

$$[i_s] = \frac{[e_s]}{[T]} = \left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}\,T^{-2}\right] \text{ und}$$

$$[i_d] = \frac{[e_d]}{[T]} = \left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$$

Wenn man die Stromstärke mit der Tangenten-Bussole misst, so hat man (siehe Bussole S. 8):

$$i = \frac{H\,.\,r}{2\,n\,\pi}\,tg\,\alpha$$

wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, r der Halbmesser einer Umwindung und n die Zahl der Windungen, α der Ablenkungswinkel ist. Dies giebt für die Dimension von i (die Dimension von H siehe bei Erdmagnetismus S. 55):

$$[i] = \left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]$$

Uebereinstimmend mit der eben gefundenen dynamischen Dimension von i.

Die Einheit der elektromotorischen Kraft bestimmt sich aus dem Gesetze von Lenz-Joule, dass die Wärmemenge oder die Arbeit, welche in der Zeit t durch einen Strom von der elektromotorischen Kraft E und der Stärke i hervorgebracht wird, durch $E \, . \, i \, . \, t$ bezeichnet ist. Statt $i \, . \, t$ kann man die Elektricitätsmenge setzen und hat sonach für Ee die Dimension einer Arbeit, also:

$$[Ee] = [M L^2 T^{-2}]$$

Wendet man diese Gleichung auf beide Masssysteme an, so folgt:

$$[E_s] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right] \text{ und } [E_d] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right]$$

Wenn man von der Magnetinduction ausgeht, erhält man $[E_d]$ folgendermassen. An einem Orte, wo die magnetische Intensität J herrscht, sei ein geradliniger zur Richtung von J senkrechter Leiter von der Länge l gegeben. Er werde mit der Geschwindigkeit u in der Richtung verschoben, welche auf l und J senkrecht steht. Dann ist die inducirte elektromotorische Kraft das Product aus l und J und u, und sonach:

$$[E] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right]$$

was wieder mit der dynamischen Dimension stimmt.

Die Einheit eines Widerstandes ist der Widerstand eines Leiters, in welchem die Einheit der elektromotorischen Kraft einen Strom von der Einheit der Stromstärke erzeugt. Somit ist:

$$[W_s] = \frac{[E_s]}{[i_s]} = [L^{-1} \, T]$$

und:

$$[W_d] = \frac{[E_d]}{[i_d]} = [L \, T^{-1}]$$

Der Widerstand im dynamischen Mass hat sonach die Dimension einer Geschwindigkeit, im statischen dagegen die des reciproken Werthes einer Geschwindigkeit.

Die Formel für die Stromarbeit ($i^2 . w . t$) giebt dieselben Werthe, je nachdem man i_s oder i_d einsetzt.

Für das **Potential** einer Elektricitätsmenge erhält man eine Menge dividirt durch eine Länge, also die Dimension:

$$[V] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right]$$

also gleich $[E_s]$.

Die **Capacität** als Verhältniss einer Elektricitätsmenge zum Potential, erhält damit die Dimension $[L]$.

Defimirt man die Capacität als die Elektricitätsmenge, welche der Körper durch die Wirkung einer Einheit der elektromotorischen Kraft aufnehmen kann, so ist:

$$[C_s] = \frac{[e_s]}{[E_s]} = [L] \quad \text{oder} \quad [C_d] = \frac{[e_d]}{[E_d]} = [L^{-1} T^2]$$

Sonach erhält man tabellarisch zusammengestellt:

	Statisches Mass	Dynamisches Mass
Elektricitätsmenge	$[e_s] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}\right]$	$[e_d] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}\right]$
Menge Magnetismus	$[m_s] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-2}\right]$	$[m_d] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}\right]$
Stromstärke	$[i_s] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right]$	$[i_d] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right]$
Elektromotorische Kraft . .	$[E_s] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right]$	$[E_d = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right]$
Widerstand	$[W_s] = [L^{-1} T]$	$[W_d] = [L T^{-1}]$
Capacität .	$[C_s] = [L]$	$[C_d] = [L^{-1} T^2]$

Die Verschiedenheit in den zwei Vertical-Columnen beruht nur darauf, dass die eine oder andere bei gleicher Horizontalreihe einen Ausdruck für die Dimension giebt, aus dem man den anderen findet, wenn man mit $L\,T^{-1}$ oder $L^2\,T^{-2}$ multiplicirt, d. h. mit einer Geschwindigkeit u oder dem Quadrat dieser Geschwindigkeit.

W. Weber hat zuerst diese Geschwindigkeit bestimmt, indem er eine bekannte Elektricitätsmenge auf die Kugeln der Drehwage und auf ein Galvanometer einwirken liess. Er mass damit e_s und e_d und fand im Mittel die Geschwindigkeit u:

$$u = 3 \,.\, 10^{10}\ cm\ sec^{-1}$$

d. h. ungefähr gleich der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume.

Gauss und Weber, welche das dynamische System eingeführt haben, wählten als Einheiten der Masse, Länge und Zeit das Milligramm, Millimeter und die Secunde. Die British Association hat auf den Vorschlag von William Thomson das Gramm, das Centimeter und die Secunde gewählt, und der Elektrikercongress in Paris 1881 hat sich ebenfalls für diese Einheiten entschieden.

Beide Systeme geben Zahlen für die in der Praxis vorkommenden Grössen, welche sehr gross oder sehr klein sind.

So wäre z. B. die chemische Stromeinheit (in der Minute 1 Kbcm. Knallgas) gleich 0·0095 $gr^{\frac{1}{2}}\,cm^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$.

Ferner eine Siemens-Einheit (Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 M. Länge und 1 □Mm. Querschnitt) gleich $944 \,.\, 10^6\ cm\ sec^{-1}$.

Ein Daniell (elektromotorische Kraft) gleich

$$112 \,.\, 10^6\, gr^{\frac{1}{2}}\ cm^{\frac{3}{2}}\ sec^{-2}.$$

Ein Grove (Elektromotorische Kraft) gleich

$$194 \,.\, 10^6 gr^{\frac{1}{2}} \, cm^{\frac{3}{2}} \, sec^{-2}.$$

Da diese Zahlen für die Praxis durchweg unbequem sind, hat der Elektrikercongress praktische Einheiten, auf das dynamische Masssystem gegründet, eingeführt, nämlich:

ein Volt für die elektromotorische Kraft gleich $10^8 gr^{\frac{1}{2}} \, cm^{\frac{3}{2}} \, sec^{-2}$, also kleiner als ein Daniell im Verhältniss von 100 : 112. Ein Daniell wäre sonach 1·12 Volt, ein Grove oder Bunsen 1·94 Volt;

ein Ohm für den Widerstand gleich $10^9 \, cm \; sec^{-1}$, also grösser als eine Siemens-Einheit. Diese wäre 0·944 Ohm;

ein Ampère (als Stromeinheit) gleich $10^{-1} gr^{\frac{1}{2}} \, cm^{\frac{1}{2}} \, sec^{-1}$, der Strom, welcher von einem Volt bei einem Widerstand = einem Ohm erzeugt wird.

Da es bis jetzt keine Etalon für elektromotorische Kraft und Stromstärke giebt, so wird nach Siemens am besten die Quecksilbereinheit und das chemische Strommass benutzt und aus ihnen entweder absolute Zahlen des Weber'schen Systems abgeleitet oder diese auf Volt, Ohm und Ampère reducirt. Für die Elektrotechnik wird es in den meisten Fällen genügen, von Daniell- und Siemens-Einheit auszugehen und dann auf Volt, Ohm und Ampère zu reduciren.

Siemens nimmt als Normalzahlen: 1 Ohm gleich 1·0615 Siemens-Einheit oder eine Siemens-Einheit gleich 0·9421 Ohm; ein Ampère schlägt in der Stunde 3·96 Gr. Silber nieder, also in der Minute 0·0660 Gr. Silber.

Endlich wurde noch von dem Elektrikercongress als Einheit der Elektricitätsmenge diejenige festgestellt, welche ein Ampère in der Secunde giebt, und Coulomb genannt und als Einheit der Capacität ein Farad als diejenige, bei welcher ein Coulomb ein Volt hervorbringt.

Meidinger's Element, siehe elektromotorische Kraft S. 50 und Widerstand S. 167.

Multiplicationsmethode. Zur Messung kurz dauernder Ströme, insbesondere inducirter, ist es zweckmässig, die Impulse zu wiederholen. Wegen der Dämpfung erhält man dann schliesslich eine constant bleibende Bewegung (siehe Dämpfung S. 5). Bei kleinen Schwingungen ist der Grenzbogen dem Geschwindigkeitszuwachs durch den einzelnen Stoss proportional, d. h. der durch das Galvanometer geflossenen Elektricitätsmenge.

Der Zusammenhang zwischen dem Grenzbogen X und dem ersten Ausschlag x aus der Ruhe durch einen Stoss ist gegeben durch die Gleichung:

$$x = X\left(1 - e^{-\lambda}\right) e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

wo λ das natürliche logarithmische Decrement ist. (Siehe Dämpfung S. 25.)

Beobachtet man bei galvanischen Messungen blos die erste Ausweichung, welche die Magnetnadel nach dem Eintritte eines constanten Stromes macht, so ist diese Ausweichung, wenn keine Dämpfung stattfindet, das Doppelte derjenigen Ablenkung der Nadel, bei welcher sie unter der Einwirkung jenes Stromes im Gleichgewichte beharren würde.

Ist nämlich K das Trägheitsmoment der Nadel, H der horizontale Theil des Erdmagnetismus und X die constante ablenkende Kraft, jener parallel dem Stromkreise, diese senkrecht zum Stromkreis wirkend, so hat man die Bewegungsgleichung:

$$K \frac{d^2 \varphi}{d t^2} = M (H \sin \varphi - X \cos \varphi)$$

wo M das magnetische Moment der Nadel und φ der Winkel ihrer Axe mit der Ebene des Stromkreises ist. Daraus erhält man durch Integration:

$$\frac{1}{2} K \left(\frac{d \varphi}{d t}\right)^2 = C - M H \cos \varphi - M X \sin \varphi$$

Geht die Nadel von der Ruhelage aus, so ist $\frac{d \varphi}{d t} = 0$ für $\varphi = 0$, also:

$$C = M H$$

und somit:

$$\frac{1}{2} K \left(\frac{d \varphi}{d t}\right)^2 = M H (1 - \cos \varphi) - M X \sin \varphi.$$

Die Geschwindigkeit wird wieder Null, wenn:

$$H (1 - \cos \varphi) = X \sin \varphi$$

oder:

$$tg \frac{1}{2} . \varphi_1 = \frac{X}{H}$$

Die Ruhelage aber in Folge der constanten Einwirkung des Stromes giebt:

$$tg \varphi_2 = \frac{X}{H}$$

Der erste Ausschlag φ_1 ist also doppelt so gross, als die Ausweichung unter der Einwirkung des constanten Stromes.

Findet dagegen Dämpfung statt (siehe S. 20), so wird die dem Gleichgewichte der Nadel entsprechende Ausweichung E aus der beobachteten ersten Ausweichung x, der Nadel folgendermassen bestimmt. Es giebt:

$$x = p + A e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B)$$

die Schwingung mit Dämpfung, wobei τ die Schwingungsdauer der Nadel unter dem Einflusse der Dämpfung ist. Wird zum Anfangspunkte der Zeit t derjenige Augenblick gewählt, wo der constante Strom die Nadel zu bewegen beginnt, so ist die Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt} = 0$ für $t = 0$. Es ist aber durch Ableitung:

$$\frac{dx}{dt} = A e^{-\frac{\lambda}{\varepsilon} t} \left\{ \frac{\pi}{\tau} \cos \frac{\pi}{\tau} (t - B) - \frac{\lambda}{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B) \right\}$$

also, wenn $\frac{dx}{dt}$ und t zugleich Null sind:

$$tg \left(- \frac{\pi}{\tau} B \right) = \frac{\pi}{\lambda}$$

woraus der Werth der Constanten B bestimmt ist.

Die Gleichung für x aber giebt, wenn $x = 0$ für $t = 0$ sein soll:

$$p = - A \sin \left(- \frac{\pi}{\tau} B \right)$$

oder mit Rücksicht auf die vorige Gleichung:

$$p = - \frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

und somit:

$$x = \frac{-\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} + A e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin \left\{ \frac{\pi}{\tau} t - arc\, tg \frac{\pi}{\lambda} \right\}$$

Die Ruhelage der Nadel unter dem Einflusse des constanten Stromes ist also jetzt gegeben durch:

$$x_1 = \frac{-\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

Es ist dies der Werth von x, der für $t = \infty$ erreicht wird. Die erste Umkehr erfolgt für $t = \tau$, weil dann $\frac{dx}{dt}$ wieder Null wird, es ist dann:

$$x_2 = -\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} - A e^{-\lambda} \sin\left(arc\ tg\ \frac{\pi}{\lambda}\right)$$
$$= -\frac{\tau A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (1 + e^{-\lambda}) = x_1 (1 + e^{-\lambda})$$

Bei kleinen Werthen von λ kann man setzen:

$$x_1 = \frac{1}{2} x_2 + \frac{1}{4} \lambda x_2$$

Vermittelst dieser Formeln kann man bei gedämpfter Nadel aus der ersten Ausweichung auf die Ruhelage schliessen.

Wurde die Nadel durch einen momentanen Strom (einen Inductionsstoss) in Bewegung gesetzt, so kommt es wesentlich darauf an, aus der beobachteten Ausweichung der Nadel die Geschwindigkeit herzuleiten, welche jener momentane Strom der Nadel ertheilt hatte, da diese Geschwindigkeit ein Mass der Stromstärke ist.

Wenn man in diesem Falle die Zeit von dem Augenblicke an zählt, wo der momentane Strom auf die Nadel einwirkt und ihr die Geschwindigkeit C ertheilt, so ist:

$$t = 0, \quad \frac{dx}{dt} = C \quad \text{und} \quad B = 0$$

und daher:

$$A = \frac{\tau}{\pi} C$$

Setzt man noch zur Vereinfachung den ursprünglichen Stand der Nadel $p = 0$, so ergiebt sich:

$$x = \frac{\tau}{\pi} C e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin \frac{\pi}{\tau} . t$$

Wenn die erste Ausweichung stattgefunden hat, also $\frac{dx}{dt}$ zum erstenmal Null geworden ist für die Zeit:

$$t = \frac{\tau}{\pi} \, arc \; tg \frac{\pi}{\lambda}$$

so ist:

$$x_1 = C \frac{\tau}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc \; tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Ist T die Schwingungsdauer ohne Dämpfung, also (siehe Schwingung S. 109):

$$T^2 (\pi^2 + \lambda^2) = \tau^2 \pi^2$$

so kann man einfacher schreiben:

$$x_1 = C \frac{T}{\pi} e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc \; tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

woraus:

$$C = x_1 \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} arc \, tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Für kleine Werthe von λ kann man dafür wieder setzen:

$$C = \frac{\pi}{T} x_1 + \frac{1}{2} \frac{\pi}{T} \lambda \, x_1$$

Ist der constante Strom, der auf die Nadel einwirkt, schwach, so beobachtet man nicht blos die erste Elongation, sondern lässt die Nadel hin- und herschwingen, indem man im Moment der grössten Ausweichung die Richtung des Stromes ändert. Es wachsen dann die Ausweichungen, die der Reihe nach mit x_1 x_2 x_3 u. s. w. bezeichnet seien, bis zu einem bestimmten Grenzwerthe.

Bis zum Ende der ersten Ausweichung gilt die Gleichung (S. 93):

$$x = -\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} + A e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} t - arc\ tg \frac{\pi}{\lambda}\right)$$

Daraus folgt für die erste Ausweichung ($t = \tau$) der Werth:

$$x_1 = -\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (1 + e^{-\lambda})$$

In diesem Augenblicke wird der Strom gewechselt, wodurch der bisherige Ruhezustand der Nadel in den entgegengesetzten verwandelt wird, nämlich:

$$\frac{-\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \text{ in } \frac{+\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

Die Ablenkung der Nadel von ihrem Ruhestande, welche am Ende der ersten Schwingung

$$x_1 + \frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} = -\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} e^{-\lambda}$$

war, verwandelt sich dadurch in:

$$-\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (2 + e^{-\lambda})$$

woraus während der zweiten Schwingung von $t = \tau$ bis $t = 2\tau$ der Schwingungszustand folgt:

$$x = + \frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} +$$

$$+ A (2 + e^{-\lambda}) e^{-\frac{\lambda}{\tau}(t - \tau)} \sin\left\{\frac{\pi}{\tau} t - arc\ tg \frac{\pi}{\lambda}\right\}$$

Diese Gleichung ergiebt für $t = 2\tau$:

$$x_2 = + \frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (1 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda})$$

Ebenso erhält man:

$$x_3 = -\frac{\pi A}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}\left(1 + 2e^{-\lambda} + 2e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda}\right)$$

Die Unterschiede zweier auf einander folgender Werthe von x_1 x_2 x_3 u. s. w. giebt die Grösse der Schwingungsbögen.

Bezeichnet man mit E die dem Gleichgewichte der Nadel entsprechende Ablenkung, so erhält man für die Schwingungsbögen b_1 b_2 b_3 u. s. w. die Gleichungen:

$$\frac{b_1}{E} = 1 + e^{-\lambda}$$

$$\frac{b_2}{E} = 2 + 3e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}$$

$$\frac{b_3}{E} = 2 + 4e^{-\lambda} + 3e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda}$$

$$\frac{b_4}{E} = 2 + 4e^{-\lambda} + 4e^{-2\lambda} + 3e^{-3\lambda} + e^{-4\lambda}$$

und so fort. Je grösser λ ist, desto schneller nähert sich $\frac{b}{E}$ einem Grenzwerthe, für welchen man erhält:

$$\frac{b}{E} = \frac{4}{1 - e^{-\lambda}} - 2 = 2\,\frac{1 + e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}$$

und sonach:

$$E = \frac{b}{2}\,\frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}$$

womit in dem beobachteten Grenzbogen die Ausweichung ausgedrückt ist, bei welcher die Nadel bei constant wirkendem Strome zur Ruhe kommen würde.

Ist aber der Strom ein momentaner und lässt man die Nadel mehrmals hin- und herschwingen, indem man jedesmal bei dem Durchgange durch die ursprüngliche

Lage den gleichen Strom umgekehrt durchgehen lässt, so findet sich die Geschwindigkeit C, welche der momentane Strom der Nadel jedesmal ertheilt, auf folgende Weise.

Man hat, wie S. 94, für den Schwingungszustand:

$$x = \frac{\tau}{\pi} C e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin \frac{\pi}{\tau} t$$

Für die erste grösste Ausweichung ist:

$$t = \frac{\tau}{\pi} \operatorname{arc} tg \frac{\pi}{\lambda}$$

und daher:

$$x_1 = \frac{T}{\pi} C e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Für $t = \tau$, wo x wieder Null wird, ergiebt sich:

$$\frac{dx}{dt} = -C e^{-\lambda}$$

In diesem Moment wird die Geschwindigkeit ($- C$) noch ertheilt, also ist die Geschwindigkeit:

$$-C(1 + e^{-\lambda})$$

und daher von $t = \tau$ bis $t = 2\tau$ die Schwingungsgleichung:

$$x = \frac{\tau}{\pi} C (1 + e^{-\lambda}) e^{-\frac{\lambda}{\tau}(t - \tau)} \sin \frac{\pi}{\tau} t$$

also für den Moment der zweiten Ausweichung:

$$x_2 = -\frac{T}{\pi} C (1 + e^{-\lambda}) e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Ebenso findet sich:

$$x_3 = +\frac{T}{\pi} C (1 + e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}) e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Setzt man der Kürze halber:

$$B = \frac{T}{\pi} C e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc\, tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

so erhält man für die Schwingungsbögen, welche wieder die Differenzen der aufeinander folgenden Ausweichungen x_1 x_2 x_3 u. s. w. sind, die Ausdrücke ohne Rücksicht auf Zeichen:

$$\frac{b_1}{B} = 1$$

$$\frac{b_3}{B} = 2 + e^{-\lambda}$$

$$\frac{b_2}{B} = 2 + 2\, e^{-\lambda} + e^{2\lambda}$$

u. s. w.

Der Grenzwerth ist:

$$\frac{b}{B} = \frac{2}{1 - e^{-\lambda}}$$

Somit ergiebt sich aus der Beobachtung dieses Grenzwerthes die Geschwindigkeit C, welche der zu messende momentane Strom der Nadel jedesmal ertheilt, durch die Gleichung:

$$C = \frac{x}{2} \cdot \frac{\pi}{T} \left(1 - e^{-\lambda}\right) e^{\frac{\lambda}{\pi} arc\, tg \frac{\pi}{\lambda}}$$

Niveaufläche, siehe Potential S. 106.

Photometrie. Ein leuchtender Körper sendet divergirende Strahlen aus, deren Intensität dem Quadrat der Entfernung verkehrt proportional ist. Strahlt das Licht senkrecht von einem Element ω auf ein anderes ω' in der relativ grossen Entfernung r, so empfängt ω' im Ganzen die Lichtmenge:

$$q = i\,\frac{\omega\,\omega'}{r^2}$$

wo i die Lichtstärke des leuchtenden Körpers ist, d. h. die Lichtmenge, welche bei paralleler Bewegung der Strahlen von Flächeneinheit zu Flächeneinheit auf die Entfernung Eins strahlen würde.

Ist ω gegen die Strahlen um den Winkel β geneigt, so wird die Intensität der Strahlung durch ein Gesetz $i\,f\,(\beta)$ ausgedrückt werden können, wobei $f\,(90^0) = 1$ sein muss.

$$q = i\,\frac{\omega\,\omega'}{r^2}\,f(\beta)$$

Ist ω' die Pupille, so empfängt diese in einem Raumwinkel $\omega\ sin\beta/r^2$ die Lichtmenge q. Die gesehene Helligkeit ist das Verhältniss beider oder:

$$J = i\,\omega'\,\frac{f(\beta)}{sin\,\beta}$$

also unabhängig von der Entfernung. $f\,(\beta)$ scheint von der Form des leuchtenden Körpers abzuhängen, bei einer Flamme constant gleich Eins, bei einem stark glühenden Metallstück gleich $sin\beta$ zu sein.

Der beleuchtete Körper wird durch fremdes auf ihn fallendes Licht sichtbar, von jedem Punkte divergiren Strahlen, die ihn sichtbar machen. Die Stärke des wieder ausgesendeten Lichtes ist proportional dem erhaltenen, man hat für die Beleuchtung:

$$i' = k\,q\,\frac{sin\,\beta'}{r^2}$$

k bezeichnet das Verhältniss des ausgesandten zum empfangenen Licht, $q = i\,\omega\,f(\beta)$ wäre das von der Fläche ω des leuchtenden Körpers auf die Entfernung Eins nach der Flächeneinheit ausgesendete Licht.

Die Beleuchtung ist also umgekehrt dem Quadrat der Entfernung und direct dem Sinus der Neigung proportional.

Die Beleuchtung, welche von einer gleichmässig leuchtenden Scheibe vom Halbmesser R auf einem in der Entfernung D senkrecht zu dieser stehenden Elemente hervorgebracht wird, ist für die Flächeneinheit berechnet:

$$q = \pi i \frac{R^2}{D^2}$$

Eine gleichmässig beleuchtete Kugel vom Halbmesser R giebt denselben Werth, sie erscheint also gleich derjenigen von der Fläche eines grössten Kreises

$$q = \pi i \frac{R^2}{D^2}$$

Zur Messung der Lichtstärke dienen die Photometer. Das von Lambert und Rumford vergleicht die Schatten zweier Lichter. Wenn sie gleich stark erscheinen, so ist:

$$\frac{q}{r^2} = \frac{q'}{r'^2}$$

d. h. die Lichtstärken verhalten sich direct wie die Quadrate der Entfernungen von dem Schirme.

Bunsen's Photometer benutzt einen Papierschirm, von dem ein Theil mit Walrath durchscheinend gemacht wird. Eine Lichtmenge Eins zerlege sich auf Seite der Flamme A an den weissen Theilen in einen rückstrahlenden Antheil k und einen durchstrahlenden l; an den durchscheinenden in k_1 und l_1. Sind r und r' die Entfernungen zweier Flammen mit den Lichtstärken q und q', so hat man bei gleicher Helligkeit beider Stellen von A aus gesehen:

$$k \frac{q}{r^2} + l \frac{q'}{r'^2} = k' \frac{q}{r^2} + l' \frac{q'}{r'^2}$$

$$(k - k') \frac{q}{r^2} = (l - l') \frac{q'}{r'^2}$$

wäre $k - k' = l - l'$ oder $k + l' = k' + l$, d. h. wäre der neben der Zurückstrahlung und Durchstrahlung noch absorbirte Theil gleich für helle und dunkle Stellen, so würden wieder die Quadrate der Entfernungen die Lichtstärke geben. Aber diese Bedingung ist nicht erfüllt. Wenn man von der entgegengesetzten Seite sieht, so sind für Gleichheit des Eindruckes andere Entfernungen ρ und ρ' nothwendig; die Beleuchtungen dividirt durch die Quadrate der Entfernungen sind nicht gleich, aber ihr Verhältniss ist gleich, also:

$$\frac{q}{r^2} : \frac{q'}{r'^2} = \frac{q'}{\rho'^2} : \frac{q}{\rho^2}$$

oder:

$$\frac{q^2}{q'^2} = \frac{r^2 \rho^2}{r'^2 \rho'^2}$$

Bunsen zieht es vor, den Schirm nur von einer Seite zu benutzen, und die beiden Flammen mit einer dritten unveränderlichen Gasflamme zu vergleichen.

In Deutschland gilt als Einheit eine Paraffinkerze von 20 Mm. Durchmesser, welche mit einer Flamme von 50 Mm. Höhe brennt.

In England eine Spermacetikerze, welche bei einer Flamme von 45 Mm. Höhe 7·77 Gr. per Stunde verbrennt.

In Frankreich gilt als Einheit ein Carcel-Brenner von 30 Mm. Dochtdurchmesser, der 42 Gr. gereinigtes Rüböl verbrennt, bei einer Höhe der Flamme von 40 Mm.

Es ist ein Carcel = 7·4 englische = 7·6 deutsche Einheiten.

Das Maximum der Lichtmenge des elektrischen Bogenlichtes mit verticalen Kohlen liegt auf der Oberfläche eines Kegels, dessen Mantellinien etwa 60 Grad gegen den Horizont geneigt sind, nach unten, wenn die positive Kohle oben ist.

Die Glühlampen haben Lichtstärken von 10 bis 30 Einheiten.

Polarisation. Wenn ein Strom äussere Arbeit leistet in einem Apparate, dessen Widerstand gemessen ist, so ist die Stromstärke bei eingeschaltetem Apparat kleiner, als wenn man einen Leiter von gleichem Widerstand einschaltet, wobei keine Arbeit geleistet wird. Man nimmt an, dass im ersten Falle eine elektromotorische Kraft P, gewöhnlich Polarisation genannt, der elektromotorischen Kraft des Elektromotors entgegenwirkte, so dass man:

$$i = \frac{E - P}{W + \mathrm{w}}$$

für die Stromstärke hat.

Wenn man nachher den Widerstand bestimmt, der ohne Arbeit die Stromstärke i hervorbringt, so erhält man P.

Die Grösse der elektrolytischen Polarisation in Volt (siehe Masseinheiten S. 90) ist für einige Fälle durch folgende Zahlen gegeben:

Flüssigkeit	Elektroden	Polarisation
Salpetersäure . . .	Platinplatten . . .	1·23
Schwefelsäure . . .	Platinplatten . . .	2·70
(6 Volumina auf 100	Amalgam. Zinkplatten	0·50
Volumina Wasser) .	Kupferplatten . . .	1·08
	Zinnplatten	0·72
	Eisenplatten . . .	0·16

Flüssigkeit	Elektroden	Polarisation
Concentrirte Salpetersäure	Graphitplatten . . .	0·63
Kupfervitriollösung .	Kupferplatten . . .	0·03
Salpetersäure . . .	Amalgam. Zink . .	0·013
Salpetersäure . . .	Kupfer	0·004

Diese Werthe werden erst bei länger dauerndem Strome erreicht. Mit Erhöhung der Temperatur nehmen sie ab.

Edlund hat beim Volta'schen Lichtbogen eine Polarisation nachgewiesen, welche bis zu einem Drittel der elektromotorischen Kraft der Batterie (67 Bunsen) beträgt, übrigens von dieser unabhängig ist. Als Quelle der Polarisation betrachtet er die Arbeit, die nöthig ist, um die Kohlentheilchen abzutrennen.

Potentialfunction. Bei vielen physikalischen Problemen existirt eine Function, deren Ableitungen nach den Coordinaten die Componenten der wirkenden Kraft geben. Diese Function heisst Kraftfunction.

Nennt man die Kraftfunction U, so ist:

$$X = \frac{dU}{dx}, \; Y = \frac{dU}{dy}, \; Z = \frac{dU}{dz}$$

wo X, Y, Z die Componenten der wirkenden Kraft nach den drei Axen sind; in der Richtung s ist dann die Kraftcomponente:

$$S = \frac{dU}{ds}$$

Eine solche Kraftfunction existirt immer, wenn die Kräfte zwischen zwei Massenpunkten in der Richtung der Verbindungslinie der Punkte wirken und nur von der Entfernung abhängen. Für den Fall, dass die Kräfte umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung sind, nennt man die Kraftfunction Potentialfunction. Da dies bei magnetischen und elektrischen Theilchen immer der Fall ist, so haben wir es hier nur mit der Potentialfunction zu thun. Wenn auf einen Punkt P, der die Masse Eins enthält, ein Massentheilchen von der Masse m einwirkt, so heisst:

$$V = \frac{m}{r}$$

die Potentialfunction von m auf P. Dabei bedeutet r die Entfernung der Masse m von dem Punkte P. Für eine Reihe von Massentheilchen, welche auf P wirken, ist:

$$V = \Sigma \frac{m}{r}$$

d. h. die Summe der einzelnen Potentialfunctionen. Hat man es mit einer stetigen Reihe von Punkten, mit einem Körper zu thun, so erhält man:

$$V = \int \frac{dm}{r}$$

wo dm die Masse eines Theilchens des Körpers ist.

Wenn der Punkt P einem zweiten Körper angehört, dessen einzelne Punkte mit keinem des ersten zusammenfallen, so heisst die Potentialfunction des ersten Körpers auf den zweiten, also

$$W = \int \frac{dm\,dm'}{r} = \int V dm'$$

das Potential der zwei Körper aufeinander.

Wenn der zweite Körper mit dem ersten zusammenfällt, so spricht man vom Potential des Körpers auf sich selbst und nimmt nur die Hälfte von W, weil dann im Ausdruck für W jedes Massentheilchen zweimal vorkommt.

Diese Unterscheidung von Potentialfunction, Potential und Potential auf sich selbst scheint in der Elektricitätslehre mehr und mehr abzukommen, hauptsächlich wegen der Schwerfälligkeit des ersten Ausdruckes. Man spricht jetzt nur noch vom Potential auf die Masseneinheit, vom Potential eines Körpers auf einen anderen und vom Potential auf sich selbst. Die englischen Elektriker gehen nicht von der Attraction aus, sondern definiren das Potential als eine Arbeit. Wir kommen auf diese Definition durch folgende Auseinandersetzung:

Wenn die Potentialfunction V einer constanten Zahl gleich gesetzt wird, so hat man die Gleichung einer Fläche, da dm Function der drei Coordinaten ist. Diese Fläche heisst Gleichgewichtsfläche oder Niveaufläche.

Da auf ihr V constant ist, so sind längs ihr die Ableitungen von V Null, es wirkt in ihr keine Kraftcomponente oder die Kraft steht senkrecht auf der Niveaufläche.

Verschiedene Werthe von V geben verschiedene Niveauflächen in dem mit Magnetismus oder Elektricität gefüllten Raume; keine dieser Flächen kann eine andere schneiden, weil keinem Punkte zwei verschiedene Potentialfunctionen zukommen können. Durchschneidet eine Linie eine Reihe von Niveaulinien senkrecht, so heisst sie Kraftlinie.

Wenn sich ein Punkt P, welcher die Masseneinheit besitzt, von einer Niveaufläche zu einer anderen bewegt so ist die dabei auftretende Arbeit gleich dem Unterschiede der Werthe der Potentialfunction auf beiden Flächen:

$$L = V - V_0$$

Für unendlich ferne Punkte ist V_0 der Null gleich, nimmt man also an, der Punkt P sei unter der Einwirkung des vorhandenenen Agens (Magnetismus oder Elektricität) aus dem Unendlichen in seine jetzige Lage gekommen, so ist:

$$L = V$$

d. h. die Potentialfunction des vorhandenen Agens stellt die dabei zu leistende Arbeit vor, und das ist die Definition, von der jetzt die englischen Physiker ausgehen.

Potential in einem gegebenen Punkte ist die Arbeit, welche erforderlich ist, um die elektrische oder magnetische Einheit aus unendlicher Entfernung in jenen Punkt zu transportiren.

Die Vorstellung ist also folgende: Es ist in bestimmten begrenzten Gebieten des Raumes Agens vorhanden (Magnetismus oder Elektricität). Von jedem Körper, der im Raume liegt und von dem Agens beeinflusst werden kann, sagt man dann, er liege im Felde des Agens, im magnetischen oder elektrischen Felde und V heisst das Potential in einem gegebenen Punkte des Feldes.

Wenn man längs der Normalen einer Niveaufläche um die unendlich kleine Strecke dn vorwärts geht und durch den Endpunkt von dn eine zweite Niveaufläche legt, so ist die wirkende Kraft:

$$P = \frac{dV}{dn}$$

dV nennt man hier das Gefälle des Potentials beim Uebergange von einer Niveaufläche zu einer unendlich benachbarten. Dividirt man also dieses Gefälle durch den Abstand der zwei Niveauflächen, so erhält man die in dem Punkte der Niveaufläche, von dem man ausgegangen ist, wirkende Kraft.

eines solchen Körpers, der den Namen „physikalisches Pendel” erhalten hat. Wenn der Abstand des Schwerpunktes S von der Drehaxe A mit D bezeichnet wird, das Trägheitsmoment (d. h. die Summe aller Producte aus den einzelnen Massentheilchen und dem Quadrat ihrer Entfernung von der Axe) mit Θ, der Betrag der Drehung von der Ruhelage aus mit φ und die Masse des Körpers mit M, so ist:

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{d t^2} = - M g D \sin \varphi$$

wo t die Zeit bedeutet. Eine endliche Integration dieses Ausdruckes, welche φ als Function von t geben würde, ist nicht möglich. Die erste Intregation giebt:

$$\frac{1}{2} \Theta \left(\frac{d \varphi}{d t}\right)^2 = M g D (\cos \varphi - \cos \alpha)$$

wo α den grössten Ausschlag bedeutet oder, was dasselbe ist, die Entfernung von der Ruhelage, von der aus das Pendel sich selbst überlassen ist. So oft das Pendel durch die Ruhelage geht ($\varphi = 0$), ist seine Geschwindigkeit:

$$\frac{d \varphi}{d t} = \sqrt{\frac{2 M g D}{\Theta} (1 - \cos \alpha)} = 2 \sqrt{\frac{M g D}{\Theta}} \sin \frac{1}{2} \alpha$$

Die weitere Integration wird entweder durch Reihenentwicklung oder unter der Voraussetzung kleiner Winkel φ ausgeführt. Im ersten Falle ergiebt sich für die Schwingungszeit:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{M g D}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{1}{2} \alpha + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{1}{2} \alpha + \ldots \right\}$$

Es ist dies beim Pendel die Zeit, welche vergeht, bis es durch die Ruhelage hindurchgegangen wieder diese erreicht, oder die Zeit, um von der äussersten Lage rechts oder links zur entgegengesetzten äussersten Lage zu kommen.

Für kleine Schwingungen kann man sich mit dem ersten Gliede der Reihe begnügen und hat:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{M g D}}$$

In grösserer Annäherung nimmt man noch das zweite Glied, und hat:

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{M g D}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha\right)$$

Aus den zwei Gleichungen folgt:

$$T_1 = T\left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha\right)$$

Während T unabhängig von der Grösse des Ausschlages ist, enthält T_1 noch diesen Winkel. Für verschiedene Ausschläge erhält man also verschiedene Schwingungszeiten. Wenn α nicht grösser ist als 5^0, so ist der Werth von $\left(\frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha\right)$ nicht grösser als 0·00047.

Beobachtet wird T_1 und der Winkel α; wenn man aus diesen zwei Werthen den von T ableitet nach der oben gegebenen Formel, so nennt man T die auf unendlich kleine Schwingungen reducirte Schwingungszeit. (Eine Tafel für diese Reduction siehe S. 77.)

Bei Spiegelbeobachtung ist der Abstand des äussersten Scalentheiles von der Ruhelage durch die doppelte Entfernung des Spiegels von der Scala zu dividiren, wenn man die Tangente von α, oder, da es sich nur um kleine Winkel handelt, den Sinus von α oder den Winkel selbst in Theilen des Halbmessers ausgedrückt erhalten will.

Wenn die Ruhelage nicht bekannt ist, so nimmt man die halbe Differenz zweier aufeinander folgender äusserster Stellungen.

In der Elektrotechnik werden als schwingende Körper Magnetnadeln oder seltener Magnetstäbe oder Ringmagnete oder magnetisirte Stahlspiegel, also im Allgemeinen Magnete benützt, welche um eine verticale Axe sich drehen können; und zweitens Drahtspulen, welche an einem oder zwei nahe parallelen Fäden aufgehängt sind und also ebenfalls um eine verticale Axe sich drehen. Es kommt daher durchweg die horizontale Componente H des Erdmagnetismus in's Spiel.

Zur Bestimmung der Ruhelage eines Magnetes oder einer Spule (beispielsweise bei directer Bestimmung der Declination oder Inclination) benützt man die Methode von Gauss, aus drei aufeinanderfolgenden äussersten Stellungen jene Lage zu rechnen. Unter der Annahme, dass die Schwingungsweite in arithmetischer Reihe abnehme, sind bei drei aufeinander folgenden Ausweichungen x_1, x_2, x_3 bei der Ruhelage X die drei Differenzen $x_1 - X$, $X - x_2$, $x_3 - X$ (wobei x_1 und x_3 rechts und x_2 links von X sein soll) die Ausweichungen nach ihrem absoluten Werthe; da ihre Differenzen gleich sein sollen, so folgt:

$$(x_1 - X) - (X - x_2) = (X - x_2) - (x_3 - X)$$

$$X = \frac{x_1 + 2\,x_2 + x_3}{4}$$

d. h. man schreibt die mittlere Ausweichung doppelt und nimmt das Mittel der vier Zahlen.

Bei Schwingungsbeobachtungen, wenn die Zeitdauer der Schwingungen gesucht ist, bestimmt man den Moment des Durchganges durch die Ruhelage, so oft er in gleicher Richtung erfolgt. Die Differenz zweier aufeinander folgend erhaltenen Zahlen giebt dann die doppelte Schwingungsdauer (die Zeit einer vollen Schwingung, „Vibration complète", im Gegensatze zu „Vibration simple"). Um die beobachtete Schwingung auf unendlich kleine Bögen zu reduciren, hat man dann noch die Schwingungsweite zu beobachten.

Die Abnahme der Schwingungsweite ist Folge des Widerstandes, den der schwingende Körper bei seiner Bewegung findet, also der Reibung und des Luftwiderstandes, dann aber auch Folge von Einwirkungen, welche die Bewegung des Körpers mit sich führt. Ein schwingender Magnet inducirt in einer geschlossenen Drahtspule einen Strom, der die Bewegung hemmt; wenn also der Magnet durch einen Strom abgelenkt wird, so schafft der Magnet durch seine Bewegung sich selbst ein Hinderniss. Dasselbe ist der Fall bei einer beweglichen Drahtspule, die, umgeben von einer festen stromdurchflossenen, selbst von einem Strome durchströmt wird. Es ist ferner der Fall, wenn eine grössere Metallmasse in geschlossener Form einen Magnet oder eine Spule umgiebt. Von allen diesen Widerständen nimmt man an, dass sie der Geschwindigkeit proportional seien. Gewöhnlich bezeichnet man mit $2\varepsilon\Theta$ die verzögernde Kraft, die hierbei zu Grunde liegt, wobei Θ das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers ist.

Ausser der Verzögerung durch diese Widerstände wirken der Bewegung des schwingenden Körpers Kräfte entgegen, welche der Art der Aufhängung entsprechen, und endlich die richtende Kraft des Erdmagnetismus, als magnetische Anziehung oder Abstossung beim Magnet, als elektrodynamische Einwirkung bei der Drahtspule.

Ist der schwingende Körper an einem Faden aufgehängt, so wirkt bei der Drehung die Torsion des Fadens entgegen. Die Torsion ist proportional dem Drehwinkel. Wenn also zuerst der schwingende Körper durch eine bestimmte Kraft P in Ruhe erhalten und dann der Aufhängepunkt des Fadens um einen Winkel ω gedreht wird, so wird der schwingende Körper um einen Winkel ψ sich drehen. (Der Winkel ω wird so gewählt, dass ψ klein ist). Die Kraft P übt jetzt ein Moment M aus, welches proportional ψ ist, und dieses Moment ist gleich dem Torsionsmomente. Da der Drehwinkel des Fadens $(\omega - \psi)$ ist, weil der schwingende Körper um den Winkel ψ nachgefolgt ist, so ergiebt sich:

$$M\psi = T(\omega - \psi)$$

wo T das Torsionsmoment ist und daraus folgt:

$$T = M\frac{\psi}{\omega - \psi} = \beta \,.\, M$$

Da die Winkel ψ und ω direct messbar sind, so ist β bekannt und daher das Torsionsmoment ausgedrückt in dem bekannten Momente, welches auf den schwingenden Körper wirkt.

Bei der bifilaren Aufhängung ist der schwingende Köper an zwei gleich langen Fäden aufgehängt in zwei Punkten, die in derselben Horizontalebene liegen. Die unteren Enden der Fäden tragen ein Stäbchen, welches den schwingenden Körper trägt. Wir nehmen an, dass dessen Schwerpunkt in der Ruhelage auf eine Verticale fällt, welche die Verbindungslinie der unteren

Fadenenden halbirt. Dagegen soll Parallelität der Aufhängefäden nicht verlangt sein.

Das Gewicht P des schwingenden Körpers vertheilt sich gleich auf die zwei Fäden, weil sie gleich lang und in derselben Horizontalebene befestigt sind. Wird eine Drehung um die Verticale durch den Schwerpunkt im Betrag φ ausgeführt, so beschreiben die unteren Fadenenden Kreisbogen vom Halbmesser a, wenn $2a$ der Abstand der unteren Fadenenden ist. Sie kommen nach zwei Punkten A und A', die an den Endpunkten eines Durchmessers des Kreises vom Halbmesser a liegen. Auf diese Kreisebene projicire man durch Verticale die oberen Fadenenden in B und B' nach b und b'. Alsdann sind AB und $A'B'$ die neuen Lagen der Fäden, es ist:

$$AB = A'B' = l$$

gleich der Länge der Fäden. Bei der Drehung ist der Schwerpunkt gehoben worden (weil $BC < BA$), soll also die Lage beibehalten werden, so ist ein Moment anzubringen, welches die Zurückdrehung verhindert. Es heisse M. Bezeichnet man den Zug in jedem Faden mit Q, so ist die verticale Componente von Q die Hälfte von P, und die horizontale muss ein Moment ausüben gleich $\frac{1}{2}$ M. Die verticale Componente von Q ist:

$$Q \cdot \frac{Bb}{AB}$$

die horizontale:

$$Q \cdot \frac{Ab}{AB}$$

Da jene die Hälfte von P ist. so hat man:

$$\frac{Q}{AB} = \frac{1}{2} \frac{P}{Bb}$$

und daher die horizontale Componente in P ausgedrückt:

$$\frac{1}{2} P \frac{A b}{B b}.$$

Das Moment dieser Componente um den Mittelpunkt O wird erhalten, wenn man mit der Senkrechten von O auf $A b$ multiplicirt. Das Product dieser Senkrechten und der Linie $A b$ ist aber der doppelte Inhalt des Dreieckes $O A b$ oder $a . a' . \sin \varphi$, wenn $2 a'$ der Abstand der oberen Fadenenden ist. Somit hat man:

$$M = P \frac{a a' \sin \varphi}{B b}$$

oder nach dem Werthe von $B b$:

$$M = P \frac{a a'}{\sqrt{l^2 - (a^2 + a'^2 - 2 a a' \cos \varphi)}} \sin \varphi$$

Da es sich immer nur um kleine Drehungen handelt, so kann man l für $B b$ setzen und hat:

$$M = P \frac{a a'}{l} \sin \varphi$$

als Moment der bifilaren Aufhängung.

Die in den Ausdruck für das Moment der bifilaren Aufhängung eingehenden Grössen lassen sich scharf bestimmen. Darin liegt der Vorzug der bifilaren Aufhängung vor der Torsionsaufhängung, da diese von Temperatur, Feuchtigkeit u. s. w. abhängig ist.

Wenn es sich nur um kleine Ablenkungen handelt, insbesondere um solche, die mit dem Spiegel beobachtet werden, so sind die verschiedenen Momente der Aufhängung und der richtenden Kraft des Erdmagnetismus als proportional mit dem Drehwinkel zu betrachten. Sie können alle in einem Ausdrucke vereinigt werden, sie wirken alle dahin, den schwingenden Körper in die Ruhelage zurückzufüren. Es sei $n^2 \Theta$ diese Kraft, wo Θ wieder das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers bedeutet.

Man hat jetzt als allgemeine Gleichung für kleine Schwingungen:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + n^2 (x - p) + 2 \varepsilon \frac{d x}{d t} = 0$$

Es ist in diesem Ausdruck auch der Fall noch eingeschlossen, dass eine gleich bleibende von x unabhängige Kraft wirkt, wie der Druck eines Stromes auf einen Magnetpol in der Ebene des Stromes, der wenigstens bei kleinen Bewegungen sich kaum ändert. Man kann das Moment einer solchen Kraft in $(n^2 p)$ einbegreifen.

Das vollständige Integral jener Differentialgleichung ist:

$$x = p + A e^{-\varepsilon t} \sin . \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} . (t - B)$$

für den gewöhnlichen Fall, dass $n > \varepsilon$ ist, d. h. wenn die Dämpfung schwach ist.

Für den Fall, dass die Dämpfung sehr stark ist $(\varepsilon > n)$, erhält man das Integral:

$$x = p + e^{-\varepsilon t} \left(a e^{-r t} + b e^{+r t}\right)$$

wobei:

$$r = \sqrt{\varepsilon^2 - n^2}$$

Für den Grenzfall, wobei $n = \varepsilon$ ist, erhält man:

$$x = p + e^{-n t} (a t + b)$$

Setzt man endlich $\varepsilon = 0$, nimmt also keine Dämpfung an, so wird:

$$x = p + A \sin n (t - B)$$

die allgemeinste Gleichung für gewöhnliche Schwingungen.

Diese und die erste Gleichung geben periodische Schwingungen, die zwei anderen dagegen aperiodische Bewegungen.

Alle Bewegungen, welche uns hier beschäftigen, werden entweder durch einen Anfangsstoss, also plötzliche Ertheilung einer Geschwindigkeit in der Ruhelage, oder durch einen continuirlichen Druck, der momentan eintritt und gleichmässig fortdauert, hervorgebracht; das erste durch einen Inductionsstrom oder einen nur momentan geschlossenen Strom, das zweite durch einen continuirlichen Strom.

I. Es werde am Anfang der Bewegung eine Geschwindigkeit C mitgetheilt, man hat also für $t=0$ den Werth $\frac{dx}{dt}=C$. Ferner soll am Anfange, also für $t=0$, der Werth von x ebenfalls Null sein

1. Gewöhnliche Schwingung. Man findet:

$$tg\, n B=\frac{np}{C}, \quad A=\sqrt{p^2+\frac{C^2}{n^2}}$$

p bleibt beliebig; setzt man es der Null gleich, so ist die Schwingungsgleichung:

$$x=\frac{C}{n} \sin n t$$

Der grösste Werth von x oder die Elongation ist:

$$E=\frac{C}{n}$$

Die Schwingungsdauer, d. h. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Elongationen ist:

$$T=\frac{\pi}{n}=\pi\frac{E}{C}$$

2. Schwingung mit Dämpfung. Auch hier kann man $p=0$ setzen, und findet dann:

$$B=0, \qquad A=\frac{C}{\sqrt{n^2-\varepsilon^2}}$$

und mit diesen Werthen:

$$x = \frac{C}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} e^{-\varepsilon t} \sin(\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, . \, t)$$

Daraus folgt:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{C}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} e^{-\varepsilon t} \left\{ \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \cos(\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, . \, t) - \right.$$
$$\left. - \varepsilon \sin(\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, . \, t) \right\}$$

Dieser Ausdruck wird Null, wenn:

$$tg \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, t = \sqrt{\frac{n^2}{\varepsilon^2} - 1}$$

Dem Werthe der Tangente entsprechen unendlich viele Winkel, jedenfalls muss t positiv sein. Der kleinste Werth des Winkels sei φ, also:

$$\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, t = \varphi$$

dann ist der folgende $(\pi + \varphi)$, $(2\pi + \varphi)$ u. s. w.

So oft also t um $\frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$ zunimmt, ist die Geschwindigkeit wieder Null; oder $\frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$ ist die Schwingungsdauer, d. h. die Zeit vom Momente einer Elongation bis zum Momente der folgenden. Diese Schwingungszeit werde mit T_1 bezeichnet. Dann ist:

$$T_1 = \frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$$

Ferner hat man für die erste Elongation:

$$E_1 = \frac{C T_1}{\pi} e^{-\varepsilon T_1 \frac{\varphi}{\pi}}$$

Die zweite Elongation ergiebt sich für

$$t = T_1 \frac{\varphi}{\pi} + T_1,$$

so dass man hat:

$$E_2 = \frac{C\,T_1}{\pi} e^{-\varepsilon T_1 \left(1 + \frac{\varphi}{\pi}\right)}$$

Ferner die dritte:

$$E_3 = \frac{C\,T_1}{\pi} e^{-\varepsilon T_1 \left(2 + \frac{\varphi}{\pi}\right)}$$

u. s. w., natürlich mit abwechselnden Zeichen.

3. Aperiodische Bewegung: Unter der Annahme $p = 0$, folgt:

$$b = -a, \quad C = -2ra$$

somit:

$$x = \frac{C}{2r} e^{-\varepsilon t} \left\{ e^{+rt} - e^{-rt} \right\}$$

woraus:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{C}{2r} e^{-\varepsilon t} \left\{ (\varepsilon + r)\, e^{-rt} - (\varepsilon - r)\, c^{+rt} \right\}$$

Die Nadel kommt zur Ruhe für die Zeit t_1, gegeben durch:

$$(\varepsilon - r)\, e^{r t_1} = (\varepsilon + r)\, e^{-r t_1}$$

Daraus folgt:

$$e^{2 r t_1} = \frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r}$$

und die Elongation:

$$E = \frac{C}{n} \left(\frac{\varepsilon - r}{\varepsilon + r} \right)^{\frac{\varepsilon}{2r}}$$

Da der Werth von x auch geschrieben werden kann:

$$x = \frac{C}{2r} \left\{ e^{-(\varepsilon - r)t}\, e - {}^{-(\varepsilon + r)t} \right\}$$

und da $r < \varepsilon$ ist, so nehmen die Werthe von x von Anfang an ab, d. h. x ist immer negativ. (Eben so gut könnte man das Zeichen von x ändern.) Ist der grösste Werth E erreicht, so nimmt x im Negativen ab, kann aber Null nicht wieder erreichen, weil für wachsende t das zweite Glied rascher abnimmt, als das erste. Nach unserer Gleichung könnte sich also der Magnet nur asymptotisch seiner Ruhelage wieder nähern. In Wirklichkeit wird er sehr langsam die Ruhelage erreichen.

4. Grenzfall. Nimmt man abermals $p = 0$, so folgt $b = 0$ und $a = C$, wenn für den Anfang $x = 0$ und $\frac{dx}{dt} = C$ ist. Es ergiebt sich dann

$$x = C t e^{-nt}$$

und:

$$\frac{dx}{dt} = C(1 - nt) e^{-nt}$$

Der Werth von x nimmt rasch zu, bis $t = \frac{1}{n}$ geworden ist. Dann hat x sein Maximum, von dem es langsam und asymptotisch zur Ruhelage zurückkehrt.

In allen vier Fällen ist also die erste Elongation proportional der Anfangsgeschwindigkeit, in allen kehrt der schwingende Körper wieder zur Anfangslage zurück, da nur ein momentaner Stoss erfolgt und dann der Körper sich selbst überlassen ist. Man kann deswegen stets $p = 0$ setzen.

Anders verhält sich die Sache, wenn ein continuirlicher Druck wirkt. Die Ruhelage unter Einwirkung dieses Druckes ist eine andere, als ohne dieselbe; p ist der Werth, den x unter Einwirkung des Druckes erreicht, nachdem sich der Körper über p hinaus entfernt hat und mit einer Anzahl Schwingungen oder durch eine asymptotische Bewegung zurückgekehrt ist.

II. Die Geschwindigkeit anfangs ist Null, es wirkt ein beständiger Druck. Es ist $x = 0$ und $\frac{dx}{dt} = 0$ für $t = 0$ und $n^2 p$ ist ein Mass für die Beschleunigung, welche jener Druck ertheilt.

1. Für gewöhnliche Schwingungen ergiebt sich: $nB = \frac{\pi}{2}$ und $A = p$, so dass man hat:

$$x = p\,(1 - \cos nt), \quad \frac{dx}{dt} = np \sin nt$$

Man hat für:

$$\begin{array}{llllll} t & = \frac{\pi}{2n}, & \frac{2\pi}{2n}, & \frac{3\pi}{2n}, & \frac{4\pi}{2n} \\ x & = p, & 2p, & p, & 0 \\ \frac{dx}{dt} & = np, & 0, & -np, & 0 \end{array}$$

d. h. eine Schwingung von der Amplitude $2p$ von der Ruhelage aus bis zur doppelten Entfernung von der, welche der Gleichgewichtslage entspricht, wo $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ ist oder $x = p$.

2. Mit Dämpfung. Setzt man $\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} = \rho$, so folgt

$$tg\,.\,B\rho = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad \text{und} \quad A = -\frac{pn}{\rho}$$

wonach:

$$x = p - \frac{pn}{\rho} e^{-\varepsilon t} \sin \rho\,(t - B)$$

Auch hier finden um die Gleichgewichtslage $x = p$, die nach unendlicher Zeit erreicht wird, Schwingungen statt, die an Weite mehr und mehr abnehmen.

Da:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{pn}{\rho} e^{-\varepsilon t} \left\{ \rho \cos \rho (t - B) - \varepsilon \sin \rho (t - B) \right\}$$

so findet Umkehr statt, so oft:

$$tg. \rho (t - B) = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Bezeichnet man den kleinsten Werth von $arc\ tg\ \frac{\rho}{\varepsilon}$ durch φ, so sind die Zeiten der Umkehr gegeben durch: $\rho (t - B) = \varphi$ oder $(\varphi + \pi)$ oder $(\varphi + 2\pi)$ u. s. w.

Da aber $B\rho = -\varphi$ ist, so folgt:

$$\rho t = 0 \text{ oder } (\pi) \text{ oder } (2\pi) \text{ u. s. w.}$$

Die Schwingungszeit ist also:

$$T_1 = \frac{\pi}{\rho} = \frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}}$$

Da ferner aus:

$$tg . B\rho = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

folgt:

$$\sin . B\rho = -\frac{\rho}{n} \text{ und } \cos . B\rho = \frac{\varepsilon}{n}$$

so ergeben sich die aufeinander folgenden Elongationen:

$$E_1 = p - p\, e^{-\varepsilon \frac{\pi}{\rho}}$$

$$E_2 = p + p\, e^{-\varepsilon \frac{2\pi}{\rho}}$$

$$E_3 = p - p\, e^{-\varepsilon \frac{2\pi}{\rho}}$$

u. s. w.

Es ist also eine Schwingung um die Ruhelage mit in geometrischer Reihe abnehmender Schwingungsweite.

3. Aperiodische Bewegung. Man findet für $t = 0$, $x = 0$ und $\frac{dx}{dt} = 0$:

$$a + b + p = 0, \quad (a + b)\,\varepsilon + (a - b)\,r = 0$$

also:

$$a = \frac{p}{2r}(\varepsilon - r), \quad b = -\frac{p}{2r}(\varepsilon + r)$$

woraus folgt:

$$x = p - \frac{p}{2r} e^{-\varepsilon t} \left\{ (\varepsilon + r)\, e^{+rt} - (\varepsilon - r)\, e^{-rt} \right\}$$

und:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p}{2r} n^2 e^{-\varepsilon t} \left\{ e^{+rt} - e^{-rt} \right\}$$

und endlich damit:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{p}{2r} n^2 e^{-\varepsilon t} \left\{ (\varepsilon + r)\, e^{-rt} - (\varepsilon - r)\, e^{+rt} \right\}$$

Anfangs ist die Beschleunigung: $n^2 p$, sie wird Null, wenn:

$$e^{2rt} = \frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r}$$

Zu dieser Zeit hat $\frac{dx}{dt}$ seinen grössten Werth, es nimmt ab, und nähert sich asymptotisch der Null.

Die entsprechenden Werthe von x sind: wenn

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad x = p - \frac{2\varepsilon p}{n} \left(\frac{\varepsilon - r}{\varepsilon + r} \right)^{\frac{\varepsilon}{2r}}$$

wenn $\frac{dx}{dt} = 0$ wird, also nach unendlich langer Zeit: $x = p$.

Es nähert sich also der schwingende Körper zuerst rascher, dann langsamer asymptotisch der Ruhelage.

4. Grenzfall. Aus $t = 0$, $x = 0$ und $\frac{dx}{dt} = 0$ folgt:

$$a = -np \text{ und } b = -p$$

und somit:

$$x = p - p(1 + nt)e^{-nt}$$

$$\frac{dx}{dt} = n^2 p t e^{-nt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = n^2 p (1 - nt) e^{-nt}$$

Anfangs ist die Beschleunigung $n^2 p$, sie wird Null, wenn:

$$t = \frac{1}{n}$$

Dann hat die Geschwindigkeit ihren grössten Werth $\frac{np}{e}$ und es ist

$$x = p - 2\frac{p}{e}$$

Von da an nähert sich $\frac{dx}{dt}$ asymptotisch der Null und x ebenso dem Werthe p. Der schwingende Körper geht also zuerst rascher, dann langsamer asymptotisch der Ruhelage zu.

Die aperiodische Bewegung wird mit Vortheil angewendet, wenn man die definitive Ruhelage mit Leichtigkeit übersehen, nicht erst aus den Schwingungen herauslesen will. Erreicht wird diese Bewegungsart durch Annäherung eines Magnetes mit verkehrten Polen (Nordpol gegen Süden) an den schwingenden Magnet, da dadurch die Richtkraft des Erdmagnetismus vermindert wird. Bei der Annäherung tritt zuerst der Grenzfall auf, dann die aperiodische Bewegung allgemeinerer Art und schliesslich kehrt sich der Magnet um. Die Annäherung wird am besten mikrometrisch ausgeführt.

Will man bei einem kurz dauernden Strome die Strommenge:

$$Q = \int i\,d\,t$$

messen, welche dem Magnet eine Anfangsgeschwindigkeit c ertheilt, so findet sich die Beziehung zwischen Q und c folgendermassen: Während des Stosses ist:

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{d\,t^2} = i \frac{2\,\pi\,n}{r} M$$

wo Θ das Trägheitsmoment des Magnetes, M sein magnetisches Moment, r der Halbmesser der Bussolenwindungen und n ihre Zahl. Denn $\left(i \frac{2\,\pi\,n}{r} . m\right)$ ist der Druck des Stromes auf jeden Pol, sein Moment also derselbe Ausdruck, wenn man das Moment M des Magnetes an die Stelle der Menge Magnetismus in jedem Pole setzt.

Daraus folgt während der Dauer des Stosses:

$$\Theta \frac{d\,\varphi}{d\,t} = \frac{2\,\pi\,n}{r} M \int i\,d\,t = \frac{2\,\pi\,n}{r} M\,Q$$

Die Geschwindigkeit am Ende des Stosses ist also:

$$c = \frac{2\,\pi\,n}{r} \frac{M\,Q}{\Theta}$$

und wenn man statt des Trägheitsmomentes die Schwingungsdauer ohne Dämpfung einführt, also:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{M\,H}}$$

so ergiebt sich:

$$c = \frac{2\,\pi\,n}{r\,H} \frac{\pi^2}{T^2} Q$$

Der Reductionsfactor f der Bussole ist: $\left(\frac{r\,H}{2\,n\,\pi}\right)$, also folgt:

$$c = \frac{1}{f} \frac{\pi^2}{T^2} Q$$

Setzt man diesen Werth c in die Formeln unter I. ein (S. 118), so erhält man die Beziehung zwischen Q und der grössten Ausweichung E, z. B. ohne Dämpfung:

$$Q = f \frac{T}{\pi} E$$

mit Dämpfung:

$$Q = f \frac{T_1}{\pi} E_1 \, e^{\varepsilon T_1 \frac{\varphi}{\pi}}$$

Siemens-Einheit, siehe Widerstand S. 167.

Sinusbussole, siehe Bussole S. 8.

Solenoid, siehe Elektrodynamik S. 39.

Spannungsreihe. Bei Berührung zweier Metalle entsteht eine elektromotorische Kraft, für welche der Satz gilt, dass die Summe der elektromotorischen Kräfte eines Metalles in Berührung mit zwei anderen gleich der elektromotorischen Kraft dieser zwei bei Berührung ist. Dabei hat man auf das Zeichen der entstehenden Elektricität zu achten.

Die Spannungsreihe ist nach Hankel:

+ *Al Zn Sn Cd Pb Sb Bi Hg Fe Cu Pd Ag C Pt* —

25 23 1 20 25 3 9 3 16 15 3 4 1

Die Zahlen zwischen zwei Metallen geben deren elektromotorische Kraft bei Berührung. Für zwei beliebige Metalle hat man alle zwischen ihnen liegende Zahlen zu addiren, um die elektromotorische Kraft zu erhalten; das links stehende Metall wird positiv, das rechts stehende negativ elektrisch.

Spiegelgalvanometer, siehe Galvanometer S. 60.

Stärke des Erdmagnetismus, siehe Erdmagnetismus S. 52.

Stärke des Stromes, siehe Stromstärke S. 137.

Strom. Ein elektrischer Strom entsteht in einem Leiter, wenn er zwei Leiter von verschiedenem Potential verbindet (siehe Entladung S. 50). Der Strom ist ein momentaner, wenn nach Ausgleichung der Potentiale keine Kraft vorhanden ist, welche die Ungleichheit der Potentiale wieder herzustellen sucht, d. h. keine elektromotorische Kraft. Ist aber eine solche vorhanden, werden durch sie die zwei Leiter stets auf gleicher Potentialdifferenz erhalten, so geht durch den verbindenden Leiter ein fortdauernder Strom.

Ein solcher Strom kann durch Reibung erhalten werden, wie bei den gewöhnlichen Reibungsmaschinen, oder durch Vertheilung wie bei den Influenzmaschinen, oder durch Wärme wie bei den Thermoströmen oder durch chemische Energie wie bei den galvanischen Elementen.

Wenn die elektromotorische Kraft constant bleibt, also zwei leitend verbundene Körper stets auf derselben Potential-Differenz erhält, die übergehende Elektricität beständig wieder ersetzt, so geht durch jeden Querschnitt des verbindenden Leiters in der Zeiteinheit gleichviel Elektricität. Diese Elektricitätsmenge nennt man die Stromstärke. Man hat somit:

$$dq = i \,.\, dt$$

d. h. die durch den Querschnitt in der unendlich kleinen Zeit dt gehende Elektricitätsmenge dq ist gleich dem

Product aus Stromstärke und Zeit. Ist i constant, so kann man integriren und hat:

$$q = i \, . \, t$$

Drückt man die Elektricitätsmenge in statischem Mass aus (siehe Masseinheiten S. 84), wobei

$$q = \left[M^{\frac{1}{2}} \, L^{\frac{3}{2}} \, T^{-1}\right]$$

so ist in statischem Mass

$$i = \left[M^{\frac{1}{2}} \, L^{\frac{3}{2}} \, T^{-2}\right]$$

Man denke sich einen homogenen Leiter, begrenzt durch zwei äquidistante Flächen, die auf gleicher Potential-Differenz erhalten werden. Die eine Fläche habe das Potential V_0, die andere das kleinere V_1. Auf den verschiedenen zwischen den zwei Endflächen möglichen äquidistanten Flächen nimmt das Potential von V_0 bis V_1 stetig ab, proportional der nach den Normalen der Flächen gemessenen Entfernung x von der Fläche mit dem Potential V_0 (siehe Condensator S. 14). Die Stromstärke ist die Elektricitätsmenge, welche z. B. durch die Fläche F im Abstand x in der Zeiteinheit durchgeht, also:

$$i = c \, . \, F \, . \, \frac{d\,V}{d\,x}$$

wo c eine Constante und $\frac{d\,V}{d\,x}$ die wirkende Kraft in der Fläche F bedeutet.

Daraus folgt:

$$d\,V = \frac{i}{c} \, \frac{d\,x}{F}$$

und wenn man nach x von 0 bis l integrirt, wo l den Abstand der Endflächen mit den Potentialen V_0 und V_1 bedeutet:

$$V_0 - V_1 = \frac{i}{c} \int_0^l \frac{d\,x}{F}$$

Setzt man w für das durch c dividirte Integral, so folgt:

$$i = \frac{V_0 - V_1}{w}$$

Hat man einen geschlossenen Stromkreis, so ist in demselben überall die Stromstärke dieselbe. Der Kreis setzt sich zusammen aus den Metallplatten des Elektromotors, der zwischenliegenden Flüssigkeit und den Einzelstücken des Leiters. Für die letzten gilt:

$$i = \frac{V_0 - V_1}{w_1}; \quad i = \frac{V_1 - V_2}{w_2}; \quad i = \frac{V_2 - V_3}{w_3} \text{ u. s. w.}$$

Für das letzte Stück:

$$i = \frac{V_{n-1} - V_n}{w_n}$$

Die Differenz des Potentials V_0 und V_n giebt dann die elektromotorische Kraft E. Addirt man alle i, nachdem sie mit den w multiplicirt sind, so folgt:

$$i \Sigma . w = V_0 - V_n = E$$

Ferner können wir solche Leiter und Elektromotoren in beliebiger Anzahl auf dem geschlossenen Kreis annehmen, dann ergiebt sich:

$$i \Sigma . w = \Sigma E$$

d. h. die Stromstärke wird erhalten, wenn man die Summen aller Potential-Differenzen der Elektromotoren durch die Summe aller Widerstände — diesen Namen hat w erhalten — dividirt. Es ist dies das Gesetz von Simon Ohm.

Der Widerstand w hängt von c ab, einer Constanten, die sich mit dem Stoff, der Temperatur und der molecularen Beschaffenheit des Leiters ändert, und von dem Integral, welches nach der Gestalt und Dimension des Leiters sich richtet. Für einen prismatischen Leiter mit gleich bleibendem Querschnitt, für die gewönlichen Leitungsdrähte, ist:

$$\int_0^l \frac{dx}{F} = \frac{l}{F}$$

Der Widerstand ist proportional der Länge, umgekehrt proportional dem Querschnitt. Man nennt dann den für die Einheit der Länge und des Querschnittes geltenden Widerstand $\frac{1}{c}$ den specifischen Widerstand des betreffenden Stoffes.

Früher nannte man c die Leitungsfähigkeit. Neuere Untersuchungen über den Durchgang der Elektricität durch verdünnte Gase (von Edlund) scheinen viel mehr für die Bezeichnung „specifischer Widerstand" zu sprechen, da das Wesen aller Materie zu sein scheint, den Durchgang der Elektricität zu erschweren, und der leere Raum gar kein Hinderniss darbietet.

Wenn man einen einfachen Stromkreis hat, so ist die Stromstärke auf demselben überall gleich; wenn aber eine Verzweigung eintritt, hat im Allgemeinen jeder Zweig seine besondere Stromstärke. Für die Lösung aller einschlägigen Aufgaben hat Kirchhoff zwei Gesetze aufgestellt.

Erstes Gesetz: In einem Knotenpunkte, d. h. in einem Punkte, wo mehrere Ströme zusammentreffen, ist die algebraische Summe der Stromstärken Null. Nimmt man z. B. alle ankommenden als positiv, alle abgehenden als negativ, so ist jene Summe gleich dieser. Man hat also in einem Knotenpunkte:

$$\Sigma . i = 0$$

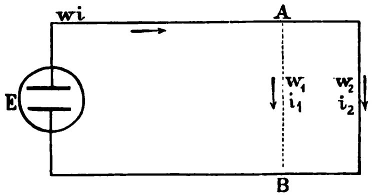
wenn die ankommenden Ströme mit positivem, die abgehenden mit negativem Zeichen in die Summe eingesetzt werden. Das Gesetz ist einfach Folge der Beharrung des Stromes.

Zweites Gesetz: In einem geschlossenen Stromwege ist die algebraische Summe der Producte aus Stromstärke und Widerstand für jedes Stück zwischen zwei Knotenpunkten gleich der algebraischen Summe der elektromotorischen Kräfte auf dem Stücke; man hat:

$$\Sigma . i\mathrm{w} = \Sigma . E$$

Es ist dies eine unmittelbare Folge des Ohm'schen Gesetzes, da in jedem Leiter zwischen zwei Knotenpunkten die Gleichung $i \Sigma \mathrm{w} = \Sigma E$ gilt, und ΣE nichts

Fig. 3.



Anderes ist als die Differenz der Potentiale am Anfang und Ende des Leiters. In einem geschlossenen Wege wird die Seite links zu $\Sigma . i\mathrm{w}$, weil in jedem Theil im Allgemeinen i verschieden ist und wenn w den Widerstand längs des Theiles bezeichnet. Die Seite rechts giebt aber unmittelbar die Summe aller Potential-Differenzen, am Anfang und Ende jedes Leiters, nebst der Summe aller elektromotorischen Kräfte. Die erste Summe ist Null, weil das Potential am Ende jedes Leiters gleich dem am Anfang ist, es bleibt also nur die Summe der elektromotorischen Kräfte übrig.

Wenn von einem einfachen geschlossenen Stromweg Fig. 3 zwei Punkte A und B durch einen Leiter verbunden werden, so ändern sich nach diesen Gesetzen die Verhältnisse folgendermassen ab. Im einfachen Stromwege sei E die Summe der elektromotorischen Kräfte, W die Summe der Widerstände, dann ist die Stromstärke:

$$i = \frac{E}{W}$$

Wird der Leiter zwischen A und B mit dem Widerstande w_1 eingeschaltet, ist W der Widerstand der ursprünglichen Leitung, soweit sie durch A und B begrenzt ist, und w_2 der Rest derselben, so hat man im ursprünglichen Leiter:

$$i = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}}{\frac{1}{w} + \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}},$$

im ersten Zweige:

$$i_1 = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_1}}{\frac{1}{w} + \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}}$$

im zweiten Zweige:

$$i_2 = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_2}}{\frac{1}{w} + \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}}$$

Gehen von dem Punkte A beliebig viele Leiter aus, die wieder bei B sich vereinigen, so hat man:

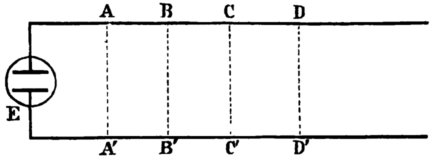
$$i = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots + \frac{1}{w_n}}{\frac{1}{w} + \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots, + \frac{1}{w_n}}$$

und in jedem Zweige:

$$i = \frac{E}{W} \frac{\frac{1}{w_x}}{\frac{1}{w} + \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots + \frac{1}{w_n}}$$

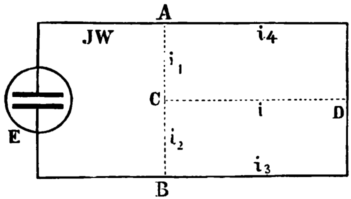
Derselbe Ausdruck gilt auch, wenn von einem Elektromotor zwei Leitungen ausgehen (Fig. 4), von denen die Punkte A, B, C, D etc. des einen durch Leiter mit den Punkten A' B' C' D' etc. des anderen verbunden sind (wie bei der Einschaltung von Glühlampen), wenn man die Widerstände längs AB, BC, CD etc. einerseits und $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ etc. andererseits gegen die Widerstände auf AA', BB', CC', DD' etc. vernachlässigen kann.

Fig. 4.



Wenn zwei Punkte A und B einer einfachen Leitung (Fig. 5) durch eine Zweigleitung verbunden werden und

Fig. 5.



und ein Punkt C dieser Zweigleitung mit einem Punkte D der abgezweigten (diese Verbindung heisst **Brücke**) und wenn im Hauptdraht die elektromotorische Kraft E wirkt, die Stromstärke J und der Widerstand W ist, ferner dieselben Grössen in AC mit i_1 und w_1, in CB mit i_2 und w_2, in BD mit i_3 und w_3, in DA mit i_4 und w_4 bezeichnet werden, und endlich mit i und w in der Brücke CD, so ist:

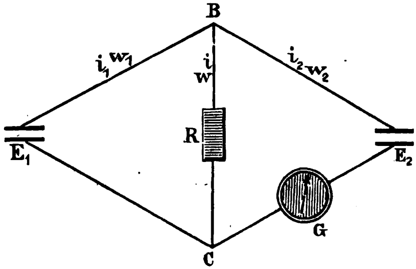
$$i = \frac{w_3 w_2 - w_4 w_1}{W w (s_{1\cdot3} + s_{2\cdot4}) + W \,.\, s_{1\cdot3} \,.\, s_{2\cdot4} + w_1 w_2 \,.\, s_{3\cdot4} + + w_3 w_4 \,.\, s_{1\cdot2} + w \,.\, s_{1\,2} \,.\, s_{3\cdot4}}$$

wo s mit den zwei Indices die Summe der entsprechenden Widerstände bedeutet, also z. B. $s_{1\cdot3}$ gleich $w_1 + w_3$.

Soll durch die Brücke kein Strom gehen, so muss sein:

$$\frac{w_3}{w_4} = \frac{w_1}{w_2}$$

Fig. 6.



Zwei Elektromotoren E_1 und E_2 seien mit einander verbunden und ein Punkt B des einen Verbindungsdrahtes mit einem C des anderen (Fig. 6); wenn auf Seite von E_1 Stromstärke und Widerstand durch i_1 und w_1 und auf Seite von E dieselben Grössen durch i_2 und w_2, auf der Brücke durch i und w bezeichnet werden, so ist:

$$i = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w w_1 + w_1 w_2 + w_2 w}$$

Ist die elektromotorische Kraft E_2 der anderen E_1 entgegengesetzt gerichtet, so kann man bewirken, dass ein Zweig stromlos wird, indem man die Widerstände der anderen Zweige abändert. Ist z. B. $E_1 > E_2$, so kann der Strom auf der Seite von E_2, welcher durch

$$i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{w w_1 + w_1 w_2 + w_2 w}$$

gegeben ist, zu Null gemacht werden, wenn man w so lange ändert, bis

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{w}{w + w_1}$$

(Anwendung zur Vergleichung zweier elektromotorischer Kräfte.)

Wenn die Leiter nicht überall denselben Querschnitt haben, so ändert sich bei dem veränderlichen Querschnitt auch die Stromstärke. In einzelnen Fällen lässt sich der gesammte Widerstand bestimmen, wie für die Flüssigkeit zwischen gleichaxigen Cylindern oder in kegelförmigen Röhren (siehe Widerstand S. 167).

Die allgemeine Lösung der Aufgabe der Bewegung der Elektricität in Leitern ergiebt sich aus der Potentialtheorie (siehe Potential S. 104). Die Flächen gleicher elektrischer Spannung oder die isoelektrischen Flächen sind durch die Gleichung:

$$\frac{d^2 V}{d x^2} + \frac{d^2 V}{d y^2} + \frac{d^2 V}{d z^2} = 0$$

bestimmt. Dazu kommen noch die Grenzbedingungen. An der Oberfläche des Körpers ist:

$$\frac{d V}{d n} = 0$$

wo n die Richtung der Normalen ist. Nur an den Ein- und Ausströmungspunkten gilt diese Gleichung nicht.

Wenn durch zwei Elektroden in einen allseitig unbegrenzten Leiter Elektricität eintritt, so sind die Strömungscurven der Elektricität die sogenannten magnetischen

Curven (siehe Magnetismus S. 73). Der Gesammtwiderstand zwischen beiden Elektroden ist:

$$W = \frac{w_0}{2\pi\rho}$$

wo $2\pi\rho$ der Umfang einer Elektrode und w_0 der specifische Widerstand des Körpers ist. (Anwendung auf die Erdleitung bei Telegraphen.)

Für eine unbegrenzte Scheibe ist die Potentialfunction:

$$V = M - \frac{w_0}{2\pi\delta}\Sigma(E\,lg\,r)$$

wo M eine Constante, w_0 der specifische Widerstand, δ die Dicke der Scheibe, E die in einem Punkte, der vom betrachteten die Entfernung r hat, einströmende Elektricitätsmenge bedeutet.

Für zwei Einströmungspunkte (einen Eintritts- und einen Austrittspunkt) ist $E_1 = - E_2$ und man hat:

$$V = M + \frac{E_1\,w_0}{2\pi\delta}\,lg\,\frac{r_2}{r_1}$$

Die Gleichung der isoelektrischen Curven ist:

$$\frac{r_2}{r_1} = const$$

d. h. Kreise über der Verbindungslinie zweier Punkte als Durchmesser beschrieben, welche zu den Einströmungspunkten harmonisch liegen. Die Strömungscurven sind Kreise durch die Einströmungspunkte.

Dieser Satz gilt auch, wenn man eine kreisförmig begrenzte Platte hat, an deren Rande Ein- und Ausströmungspunkt sich befinden.

Stromstärke. Nach dem Gesetze von Ohm ist die Stromstärke (siehe Strom S. 130) bestimmt durch:

$$i = \frac{\Sigma E}{\Sigma W}$$

Wenn der Strom durch eine Anzahl Elektromotoren hergestellt werden soll, deren elektromotorische Kraft und innerer Widerstand bekannt sind, so lässt sich bei gegebenem äusseren Widerstande die grösste zu erzielende Stromstärke berechnen.

Hat man n gleiche Elektromotoren mit der elektromotorischen Kraft E und dem inneren Widerstande W und ist w der gegebene äussere Widerstand, so kann man die Elektromotoren verschieden verbinden:

1. Alle gleichnamig oder nebeneinander, d. h. bei Hydromotoren die gleichen Metalle, bei anderen die gleichen Pole der einzelnen. In diesem Falle ist:

$$i = \frac{E}{\frac{1}{n} W + \mathrm{w}}$$

was also vortheilhaft ist für $W > \mathrm{w}$.

2. Alle ungleichnamig oder hintereinander, d. h. bei Hydromotoren je die ungleichen Metalle, bei anderen die ungleichen Pole. In diesem Fall ist:

$$i = \frac{n\,E}{n\,W + \mathrm{w}} = \frac{E}{W + \frac{1}{n}\mathrm{w}}$$

was vortheilhaft ist für $\mathrm{w} > W$.

Zwischen diesen zwei Arten giebt es noch eine Reihe anderer Verbindungen, indem man einzelne Gruppen gleichnamig oder nebeneinander verbindet und die Gruppen ungleichnamig oder hintereinander; oder indem man einzelne Gruppen bildet mit ungleichnamiger Verbindung, die dann gleichnamig zusammengesetzt werden.

Wenn, wie das gewöhnlich der Fall ist, jede Gruppe gleich viel Elektromotoren enthält, so zerfällt die Gesammtzahl n der Elemente in ein Product $(p \, . \, q)$ von p Gruppen, deren jede q gleichnamig verbundene enthält oder von q Gruppen, deren jede p gleichnamig verbundene umfasst. Da gleichnamig verbundene Elektromotoren in ihrer Wirkung derjenigen eines Exemplares mit vielfacher Oberfläche gleichkommen, so kann man statt „q gleichnamig verbundene Elemente" auch q-fache Elemente setzen. Sonach würde, wenn $n = p \, . \, q$ ist, die Verbindung entweder in p q-fachen Elementen oder in q p-fachen Elementen bestehen.

Lässt sich n in verschiedener Weise in Factoren zerlegen, so entsprechen jeder Zerlegung zwei Verbindungen dieser Art.

Um zu bestimmen, welche Verbindung die beste ist, schreiben wir die Stromstärke von p q-fachen Elementen an, sie ist:

$$i = \frac{E}{\frac{W}{q} + \frac{w}{p}}$$

Soll dieser Ausdruck ein Maximum sein, so muss:

$$\frac{W}{q} = \frac{w}{p}$$

werden.

Die Wirkung der n Elemente ist daher gleich der Wirkung eines Elementes, wenn der Widerstand im Innern im Verhältniss $1 : q$, aussen im Verhältniss $1 : p$ reducirt würde. Die Wirkung ist ein Maximum, wenn diese reducirten Widerstände gleich sind. Da $p \, . \, q = n$, so folgt:

$$q = \sqrt{n \frac{W}{w}}, \quad p = \sqrt{n \frac{w}{W}}$$

und dann ist die Stromstärke:

$$i = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{n}{w \, . \, W}}$$

Da q und p nur ganze Zahlen sein können, so lässt sich die grösste Stromstärke nur näherungsweise erreichen.

Noch eine andere Verbindung ist möglich, die besonders bei Umschaltungen von Werth sein kann. Es ist dies eine Zusammenstellung von Gruppen ungleichnamig verbundener Elemente und eine Verbindung der gleichnamigen Enden der Gruppen. Hat man p, q-fache Elemente, so kann man auch q Gruppen bilden und in jeder p ungleichnamig einreihen, also ein Büschel von q Gruppen von je p ungleichnamig verbundenen Elementen. Man könnte dies so aussprechen: p q-fache Elemente wirken wie ein q-faches Büschel von je p ungleichnamig verbundenen.

In der Praxis kommt häufiger die Aufgabe vor, die kleinste Zahl von Elementen bestimmter Art anzugeben, welche bei gegebenem Widerstand eine bestimmte Stromstärke geben. Da in diesem Falle die Stromstärke ein Maximum sein muss, so gelten auch hier die obigen Formeln und man hat:

$$n = \frac{4\,i^2}{E^2}\,W\mathrm{w}, \quad q = \frac{2\,i\,W}{E}, \quad p = \frac{2\,i\,\mathrm{w}}{E}$$

Für die extremen Fälle ergiebt sich das Resultat einfacher. Ist W sehr gross gegen w, so sind die Elemente gleichnamig zu verbinden und man erhält:

$$n = \frac{i\,W}{E}$$

Ist dagegen w sehr gross, so sind die Elemente ungleichnamig zusammenzustellen, man hat dann:

$$n = \frac{i\,\mathrm{w}}{E}$$

Endlich kann man nach dem besten Nutzeffecte fragen. Wenn der elektrische Strom Arbeit verrichtet, so entsteht in dem Apparate, in welchem die Umsetzung von Elektricität in Arbeit vor sich geht (elektrolytisches Bad, elektrische Lampe u. s. w.) eine elektromotorische Kraft, welche der des Elektromotors entgegenwirkt. Das Verhältniss beider Kräfte ist der Nutzeffectsquotient; es ist das Verhältniss zwischen der nutzbar gemachten Arbeit l und der Summe L von Energie, welche in der gleichen Zeit ohne Arbeit vom Elektromotor erzeugt wird. Die obere Grenze des Güteverhältnisses ist $\frac{1}{4}$ und wird erreicht, wenn die elektromotorische Kraft des Elektromotors das Doppelte von der elektromotorischen Kraft der Polarisation ist, d. h. wenn die Stromstärke während der Verrichtung der Arbeit l die Hälfte von derjenigen ist, welche bei nicht arbeitendem Strome stattfindet.

Zwischen i, L und dem Gesammtwiderstande 2 w (w im Elektromotor und w in der Leitung) besteht die Beziehung:

$$L = 2\,\mathrm{w}\,i^2$$

Ist l gegeben, so ist bei bestem Nutzeffect $L = 4\,l$, und somit:

$$i = \sqrt{\frac{2\,l}{\mathrm{w}}}$$

Ist die Art der Elemente, also die elektromotorische Kraft e bestimmt, so kann man noch über den inneren Widerstand ρ verfügen, indem man grössere oder kleinere Elemente nimmt. Ist n die Anzahl der Elemente, so ist:

$$n\,e = 2\,\mathrm{w}\,i \quad \text{und} \quad n\,\rho = \mathrm{w}$$

Aus den drei letzten Gleichungen folgt:

$$n = \frac{2}{e}\sqrt{2\,l\,\mathrm{w}} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{\mathrm{w}}{2\,l}}$$

Ist nicht die nutzbare Arbeit l gegeben, sondern die Polarisation P, so weiss man, dass für besten Nutzeffect $P = \frac{1}{2} e$ sein muss, oder gleich wi oder $\sqrt{2\,l\,\mathrm{w}}$. Wenn man vermittelst dieses Werthes P in n und ρ einsetzt, erhält man:

$$n = \frac{2\,P}{e}; \quad \rho = \frac{e}{2}\,\frac{\mathrm{w}}{P}$$

Handelt es sich nicht um Erzeugung äusserer Arbeit, sondern blos um Erwärmung eines Stückes des Schliessungsbogens, und ist w der Widerstand des erwärmten Theiles, der beträchtlich grösser ist, als der gesammte übrige Widerstand, so ist:

$$Q = A\,\mathrm{w}\,i^2$$

wo Q die nöthige Wärmemenge, A das Wärme-Aequivalent der Arbeit ist ($\frac{1}{424}$ für Meter und Kilogramm). Dann ist:

$$i = \sqrt{\frac{Q}{A\,\mathrm{w}}} \quad \text{und} \quad n = \frac{2\,\mathrm{w}}{e}\sqrt{\frac{Q}{A\,\mathrm{w}}}$$

woraus

$$\rho = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{A\,\mathrm{w}}{Q}}$$

Strommass, absolutes, siehe Masseinheiten S. 86.

Tangentenbussole, siehe Bussole S. 7.

Telegraphenkabel, Capacität, siehe Condensator S. 18.

Telegraphenleitung. Bei einer einfachen Telegraphenleitung (Fig. 7) von einer Station A zu einer anderen B sei der Widerstand der Leitung sammt Elektromagnet in B zur Erde abgeleitet, in A gemessen W. Wenn die Leitung in B direct zur Erde geführt ist, erhalte man den Widerstand w. Wenn die Leitung in B isolirt ist, ergebe sich der Isolationswiderstand U.

Wenn unterwegs in C ein Fehler in der Leitung ist mit dem Isolationswiderstand u und der Widerstand des Telegraphen-Apparates in B mit r bezeichnet wird, so ist:

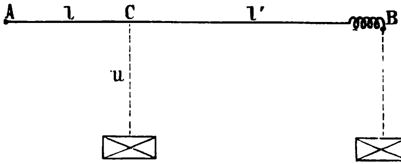
$$W = l + \frac{u\,(l' + r)}{u + l' + r}$$

$$\mathrm{w} = l + \frac{u\,l}{u + l'}$$

$$U = l + u$$

wobei l und l' die Widerstände der Leitung von A bis C und vcn C bis B sind.

Fig 7.



Wäre die Isolation in C vollkommen, also $u = \infty$, so hätte man:

$$W = l + l' + r = L + r$$

wenn L der Widerstand in der ganzen Leitung von A bis B ist, und:

$$\mathrm{w} = l + l' = L, \quad J = i, \quad W - \mathrm{w} = r$$

Je näher die gemessenen Werthe diesen Ausdrücken kommen, desto besser ist die Linie.

Aus den obigen Gleichungen folgt:

$$u = \sqrt{\frac{(U - W)\,(U - \mathrm{w})\,r}{W - \mathrm{w}}}$$

$$L = U + \frac{(U - W)\,r}{W - \mathrm{w}} - 2\sqrt{\frac{(U - W)\,(U - \mathrm{w})\,r}{W - \mathrm{w}}}$$

und daher:

$$l = U - \sqrt{\frac{(U - W)(U - \mathrm{w})\, r}{W - \mathrm{w}}}$$

womit die Lage des Fehlers bestimmt ist in lauter messbaren Grössen.

Ist der Fehler in der Mitte, so ist:

$$u = \sqrt{U(U - \mathrm{w})}$$

und:

$$L = 2\left\{U - \sqrt{U(U - \mathrm{w})}\right\}$$

$$r = \frac{U(W - \mathrm{w})}{U - W}$$

Wenn man also die drei Werthe U, W und w misst und es ist:

$$W - \mathrm{w} = r$$

genähert, auf etwa ein Zehntel, so ist die Leitung gut isolirt.

Wenn:

$$\frac{U(W - \mathrm{w})}{U - W} = r$$

genähert ist, so liegt der Fehler in der Mitte, oder wenn längs der ganzen Leitung gleich vertheilt Ableitungen sind, so sind diese gleich vertheilt zur Mitte. Dies ist der Fall bei einer guten Linie mit gleicher Drahtleitung ohne besondere Ableitungen.

Gilt die letzte Gleichung nicht, so ist für r grösser als der bekannte Widerstand des Apparates in B der mittlere Fehler weiter weg von A als von B; im anderen Falle näher.

Sind zwei Ableitungen vorhanden (Fig. 8) in C und D, so kann man ihre Wirkung ersetzen durch eine einzige bei E. Sind nämlich die Widerstände längs AC, CD und DB mit a, c und b bezeichnet und ist der

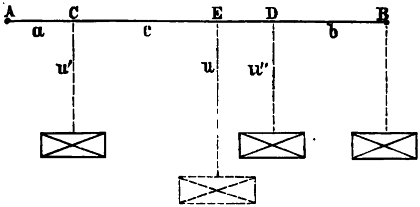
Isolationswiderstand bei C durch u' und bei D durch u'' gegeben, so verhalten sich die Stromstärken in A und B nach der Gleichung:

$$\frac{B}{A}=\frac{u'u''}{(u'+c)(u''+b)+bu''}$$

Wäre nur ein Fehler da mit dem Isolationswiderstande u, im Abstande AE von A, welchem der Widerstand l zukommt, und dem Abstande EB von B, dem der Widerstand l' entspricht, so hat man für dasselbe Verhältniss:

$$\frac{u}{l'+u}$$

Fig. 8.



also ist:

$$\frac{u'u''}{(u'+c)(u''+b)+bu''}=\frac{u}{l'+u}$$

Wird aber B isolirt, so ist der Strom in A:

bei zwei Fehlern:

$$\frac{Constant}{a+\frac{u'(u''+c)}{u'+u''+c}}$$

bei einem Fehler:

$$\frac{Constant}{l+u}$$

also: $$l+u=a+\frac{u'(u''+c)}{u'+u''+c}$$

und da: $l + l' = a + c + b$

so folgt:

$$l = a + \frac{u' c}{u' + u'' + c} \cdot \frac{b(u' + c) + bu'' - u' u''}{b(u' + c) + u''(b + c) - u' u''}$$

$$u = a - l + \frac{u'(u'' + c)}{u' + u'' + c}$$

Wenn die Fehler nahe beieinander sind, also c sehr klein gegen b, so hat man:

$$l = a + \frac{u' c}{u' + u'' + c}$$

$$u = \frac{u' u''}{u' + u'' + c}$$

Wenn die Linie in Ordnung ist, ist u' und u'' beträchtlich grösser als b und da c klein ist gegen b, so kann man c gegen $(u' + u'')$ vernachlässigen und hat:

$$l = a + \frac{u' c}{u' + u''} \qquad u = \frac{u' u''}{u' + u''}$$

Statt l kann man auch schreiben:

$$l = \frac{(a + c) u' + a u''}{u' + u''}$$

wobei jeder Isolationswiderstand mit dem Abstande des anderen von A multiplicirt ist. Führt man nun die reciproken Werthe v der Isolationswiderstände ein, so ist:

$$l = \frac{(a + c) \mathrm{v}'' + a \mathrm{v}'}{\mathrm{v}' + \mathrm{v}''}$$

oder, wenn man allgemein den Abstand des Fehlers von A in Widerständen r ausdrückt:

$$l = \frac{\Sigma . r \mathrm{v}}{\Sigma \mathrm{v}}$$

und ebenso:

$$u = \frac{1}{\Sigma \mathrm{v}}$$

was auf beliebig viele Paare von Fehlern sich ausdehnen lässt.

Die Fehler in einer Leitung können von einem Zerreissen, also einer Vermehrung des Widerstandes, oder von einer Verbindung mit der Erde, also einer Minderung der Isolation, oder einer Berührung mit anderen Leitungen herkommen.

Hat eine vollständige Zerreissung stattgefunden, so kann man durch Prüfung der Isolirung oder der Capacität die Stelle finden. Wenn man annimmt, dass die Linie sonst überall gut isolirt ist, so verhält sie sich bei einer Messung des Isolationswiderstandes der gebrochenen Linie bis zum Fehler zu dem der ganzen Linie (der von vorher bekannt sein muss), wie die Länge bis zum Fehler zur Länge der ganzen Linie.

Sicherer ist die Methode der Bestimmung der Capacität (siehe Condensator S. 18). Die Capacitäten des gebrochenen Stückes bis zur Bruchstelle und der ganzen Linien verhalten sich wie ihre Längen. Zur Messung der Capacität isolirt man das Ende einer Linie, schaltet einen Schlüssel und ein Galvanometer ein und eine Batterie, deren einer Pol zur Erde abgeleitet ist. Bei augenblicklichem Contact erhält man einen Ausschlag d der Nadel, welcher der Elektricitätsmenge

$$q = k \sin \frac{\alpha}{2}$$

entspricht. (Man kann auch zunächst die Linie laden und den Entladungsstrom durch das Galvanometer zur Erde gehen lassen.)

Ist L die ganze Länge der Linie, l das Stück bis zum Bruch, so hat man:

$$\frac{l}{L}=\frac{c}{C}=\frac{E}{E'}\frac{q}{Q}=\frac{Ek'\sin\frac{\alpha'}{2}}{E'k\sin\frac{\alpha}{2}}$$

wo E die elektromotorische Kraft der Batterie und k der Reductionsfactor des Galvanometers bei der Prüfung der unversehrten Linie; und E' und k' dieselben Werthe bei der Prüfung der gebrochenen Linie; α und α' die erhaltenen Ausschläge sind.

In dem Ausdruck k steckt (siehe Galvanometer S. 61) die Schwingungszeit der Nadel, die mit der Zeit sehr veränderlich sein kann; da k umgekehrt proportional der Schwingunsdauer ist, so hat man:

$$\frac{k}{k'}=\frac{T'}{T}$$

die übrigen Grössen kann man als gleich bleibend betrachten, insbesondere die horizontale Componente des Erdmagnetismus. Vor jeder Prüfung hat man deswegen die Dauer einiger Schwingungen der Nadel zu bestimmen.

Eine Verbindung mit der Erde ergiebt sich aus der Abnahme des Widerstandes der Leitung. Kennt man den einer Meile entsprechenden Widerstand k, solange die Linie in Ordnung war, und ist w der Widerstand, wenn die Störung eingetreten ist, so hat man

$$n=\frac{w}{k}$$

als Entfernug der fehlerhaften Stelle.

Ist die Unterbrechung keine vollständige, kann man von A nach B noch correspondiren, so messe man den Linienwiderstand W, wenn B durch einen bekannten Widerstand r mit der Erde verbunden ist, wenn B direct mit der Erde verbunden ist (w) und wenn B isolirt ist (U). Diese drei Messungen geben:

$$W = x + \frac{z(L - x + r)}{z + L - x + r}$$

$$\mathrm{w} = x + \frac{z(L - x)}{z + L - x}$$

$$U = x + z$$

wo L der Gesammtwiderstand der Linie, z der Widerstand an der Fehlerstelle und x der Widerstand bis zur Fehlerstelle.

Aus diesen drei Gleichungen folgt:

$$z = \sqrt{\frac{(U - W)(U - \mathrm{w})r}{W - \mathrm{w}}}$$

$$x = U - z$$

Am genauesten wird das Resultat, wenn zwischen A und B noch ein zweiter Draht vorhanden ist, der in Ordnung sich befindet. Die zwei Drähte werden in B verbunden. Mit der Wheatstone'schen Brücke lässt sich wenn sie zur Erde abgeleitet wird, das Verhältniss der Abstände des Fehlers auf directem Wege nach A und auf dem Unwege über B bestimmen.

Wenn ein Fehler durch Berührung mit anderen Leitungen vorkommt, so messe man, wenn eine Berührung vorhanden ist, den Widerstand W der zwei Leitungen, wenn ihre Enden isolirt sind, und den Widerstand w, wenn die Enden verbunden sind. Ist z der Widerstand an der Berührungsstelle, der Abstand der Berührungsstelle als Widerstand ausgedrückt auf der einen Linie x', auf der anderen x'', so folgt:

$$W = x' + x'' + z$$

$$\mathrm{w} = x' + x'' + \frac{z(L' - x' + L'' - x'')}{z + L' - x' + L'' - x''}$$

wo L' der Widerstand der ersten, L'' der zweiten Linie ist.

Sezt man:

$$x' + x'' = X$$
$$L' + L'' = R$$

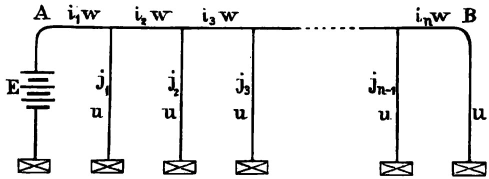
so ist:

$$W = X + \mathfrak{z}$$
$$\mathrm{w} = X + \frac{\mathfrak{z}(R - x)}{\mathfrak{z} + R - x}$$

und daraus folgt:

$$X = \mathrm{w} - \sqrt{(R - \mathrm{w})(W - \mathrm{w})}$$
$$\mathfrak{z} = W - \mathrm{w} + \sqrt{(R - \mathrm{w})(W - \mathrm{w})}$$

Fig 9.



Ist k' der Widerstand der ersten Leitung per Meile und k'' der zweiten, und ist die Länge bei den Leitungen bis zur Berührungsstelle gleich, so ist die Anzahl Meilen bis zur Berührungsstelle:

$$n = \frac{\mathrm{w} - \sqrt{(R - \mathrm{w})(W - \mathrm{w})}}{k' + k''}$$

Ist der Widerstand an der Berührungsstelle sehr klein, so ist: $W = \mathrm{w}$ und:

$$n = \frac{\mathrm{w}}{k' + k''}$$

Wenn man bei einer Leitung (Fig. 9) in gleichen Abständen Ableitungen zur Erde annehmen kann, wenn an dem einen Ende A die elektromotorische Kraft E wirkt, wenn der Isolationswiderstand an allen Ableitungsstellen den Werth u hat, der Widerstand zwischen den Erdplatten in A und B sammt dem Widerstande des in B eingeschalteten Apparats durch v bezeichnet wird, so hat man für $(n - 1)$ Ableitungsstellen nach den Kirchhoff'schen Sätzen (siehe Strom S. 131):

$$\begin{array}{ll} i_1 = i_2 + j_1 & i_1 \mathrm{w} + j_1 u = E \\ i_2 = i_3 + j_2 & i_2 \mathrm{w} + j_2 u = j_1 u \\ i_3 = i_4 + j_3 & i_3 \mathrm{w} + j_3 u = j_2 u \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ i_{n-1} = i_n + j_{n-1} & i_n \mathrm{w} + i_n \mathrm{v} = j_{n-1} u \end{array}$$

wobei die i die Stromstärken, w den Widerstand zwischen je zwei Ableitungsstellen bedeuten, j die Stromstärken in den Ableitungen. Daraus lässt sich der Reihe nach ableiten:

$$j_{n-1} = \left(\frac{\mathrm{v}}{u} + \frac{\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

$$i_{n-1} = \left(1 + \frac{\mathrm{v}}{u} + \frac{\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

$$j_{n-2} = \left(\frac{\mathrm{v}}{u} + \frac{2\,\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

$$i_{n-2} = \left(1 + \frac{2\,\mathrm{v}}{u} + \frac{3\,\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

$$j_{n-3} = \left(\frac{\mathrm{v}}{u} + \frac{3\,\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

$$i_{n-3} = \left(1 + \frac{3\,\mathrm{v}}{u} + \frac{6\,\mathrm{w}}{u}\right) i_n$$

und somit schliesslich:

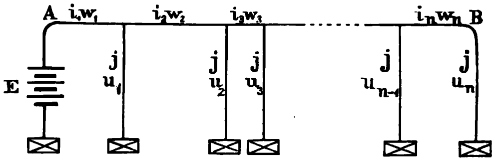
$$\frac{i_1}{i_n} = 1 + (n-1)\frac{\mathrm{v}}{u} + \frac{n}{2}(n-1)\frac{\mathrm{w}}{u}$$

Statt u w lässt sich der ganze Linienwiderstand W setzen; wird dann noch mit $\frac{u}{u-1}$ U bezeichnet, so ist:

$$\frac{i_1}{i_n} = 1 + \frac{\mathrm{v}}{U} + \frac{1}{2}\,\frac{W}{U}.$$

Wenn längs einer Linie (Fig. 10) eine Reihe von Apparaten eingeschaltet sind, von denen jeder zur Erde abgeleitet ist, wenn am Anfangspunkte die elektromotorische Kraft E wirkt, in den einzelnen Abschnitten zwischen je zwei Apparaten die Stromstärke mit i, der Widerstand mit w bezeichnet wird, der Widerstand und die Stromstärke in den Apparaten sammt Erdableitungen

Fig. 10.



mit u und j, so hat man, wenn j als constant betrachtet, d. h. für jeden Apparat gleiche Stromstärke verlangt wird:

$$i_n = j;\ i_{n-1} = 2j;\ i_{n-2} = 3j;\ \ldots i_1 = nj$$
$$E = i_1 \mathrm{w}_1 + j u_1;\ E = i_1 \mathrm{w}_1 + i_2 \mathrm{w}_2 + j u_2;\ \ldots.$$
$$E = \{n \mathrm{w}_1 + (n-1)\mathrm{w}_2 + \ldots + (n-k+1)\mathrm{w}_k\}\, j + u_k j$$

bis zum Apparate mit der Nummernfolge k.

Betrachtet man die Werthe von w als bekannt, so lässt sich ein beliebiger Widerstand der Reihe nach der Formel rechnen:

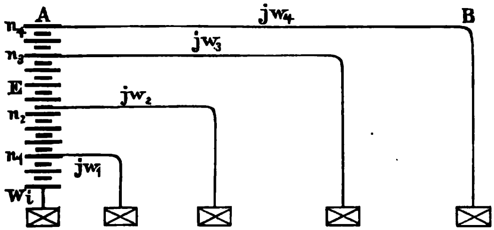
$$u_k = \frac{E}{j} - \{n \mathrm{w}_1 + (n-1)\mathrm{w}_2 + \ldots + (n-k+1)\mathrm{w}_k\}$$

Die Zahl der anzuwendenden Elemente ergiebt sich daraus, dass u_k nicht negativ werden darf.

Es sollen z. B. sechs elektrische Uhren eingeschaltet werden. Jede kann durch den Strom zweier Meidinger-Elemente in Gang erhalten werden, wenn der Widerstand der Elemente gleich jenem der Uhr, nämlich je zehn Einheiten ist. Man hat somit, wenn M die elektromotorische Kraft eines Meidinger ist:

$$j = \frac{2\,M}{20} = 0{\cdot}1\,M$$

Fig. 11.



nöthig für jede Uhr. Ist nun vermöge der Vertheilung der Uhren z. B.:

$$w_1 = 1,\ w_2 = 2,\ w_3 = w_4 = w_5 = 3,\ \text{und}\ w_6 = 2$$

so folgt:

$$u_6 = \frac{10\,E}{M} - (6 + 10 + 12 + 9 + 6 + 2) = \frac{10\,E}{M} - 45$$

E muss grösser sein, als $4{\cdot}5\,M$, sonst würde u_6 negativ. Man nimmt also fünf Meidinger-Elemente und erhält:

$$u_6 = 5,\ u_5 = 7,\ u_4 = 13,\ u_3 = 22,\ u_2 = 34,\ u_1 = 44$$

Eine andere Art der Einschaltung, um für jeden Apparat gleiche Stromstärke zu erhalten, die aber seltener brauchbar ist, ist die Abzweigung von verschiedenen Stellen der hinter einander verbundenen Elemente

(Fig. 11). In den Abzweigungen sei die Stromstärke j, der veränderliche Widerstand w, für jedes Element E die elektromotorische Kraft und W der Widerstand, endlich i die Stromstärke vor der Abzweigung und n_1, n_2, n_3 u. s. w. die Anzahl Elemente, nach welcher abgezweigt wird. Man hat:

$$n_1 \mathrm{w}\, i + j\,(\mathrm{w}_1 + \mathrm{v}) + i\, W = n_1 E$$
$$n_2 \mathrm{w}\, i + j\,(\mathrm{w}_2 + \mathrm{v}) + i\, W = n_2 E$$
$$n_3 \mathrm{w}\, i + j\,(\mathrm{w}_3 + \mathrm{v}) + i\, W = n_3 E$$
$$\ldots\ldots \qquad \ldots$$

wo W den Widerstand der Ableitung der Batterie und v den Erdwiderstand bezeichnet. Ausserdem ist:

$$i = p \, . \, j$$

wenn es p Ableitungen sind.

Man erhält somit:

$$n_1 : n_2 : n_3 : \ldots = (\mathrm{w}_1 + \mathrm{v} + p\, W) : (\mathrm{w}_2 + \mathrm{v} + p\, W) : (\mathrm{w}_3 + \mathrm{v} + p\, W) : \ldots$$

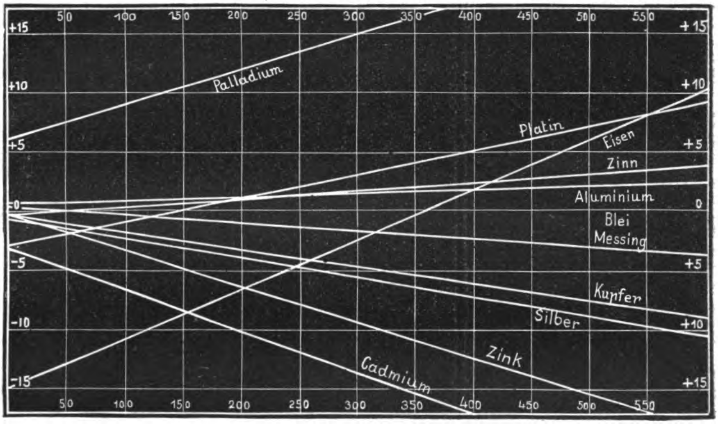
was aber nur bei sehr grosser Elementenzahl genähert zu erreichen ist.

Thermoelektrische Kraft. Ein Metall ist zu einem anderen positiv thermoelektrisch, wenn die elektromotorische Kraft in einem Stromkreise, der aus den zwei Metallen gebildet ist, einen Strom vom ersten zum zweiten über die erwärmte Löthstelle sendet. Die Grösse der Kraft für die Temperatur t ist die elektromotorische Kraft, welche auftritt, wenn die eine Löthstelle die Temperatur $(t + \frac{1}{2})$, die andere $(t - \frac{1}{2})$ besitzt. Sie ändert sich mit der Temperatur, und zwar nahe proportional derselben. Es gilt für dieselben das Spannungsgesetz, d. h. wenn man die elektromotorische Kraft zweier Metalle A und B zu einem dritten C kennt, so ist auch die elektromotorische Kraft der zwei ersten bekannt, indem die Gleichung gilt:

$$[A, C] - [B, C] = [A, B]$$

Dabei ist vorausgesetzt, dass in jeder Klammer das positive Metall voraussteht. Ist das nicht der Fall, so ist der Zahlenwerth der Klammer als negativ in Rechnung zu ziehen.

Fig. 12.



In dem Diagramm (Fig. 12) ist das Verhalten der verschiedenen Metalle zum Blei für verschiedene Temperaturen dargestellt, die elektromotorische Kraft ist in Mikrovolt (Milliontheilen von Volt) angegeben. Z. B. die thermoelektrische Kraft von Palladium zu Blei ist bei 350⁰ ungefähr + 17, von Platin zu Blei + 4, also von Palladium zu Platin + 13.

Das Stück der Geraden, welches einer gegebenen Temperatur entspricht, zwischen den schiefen Linien, die zwei Metallen zukommen, giebt die thermoelektrische Kraft, und positiv ist dabei dasjenige Metall, das den oberen Endpunkt jener Geraden bildet.

Ist die Temperaturdifferenz grösser als ein Grad, so hat man die Summe aller Kräfte für die einzelnen Grade zu bilden. Die elektromotorische Kraft für irgend ein Paar der Metalle bei beliebigen Temperaturen der Löthstellen ist vorgestellt durch die Fläche zwischen den zwei thermoelektrischen Linien und den Ordinaten, welche den zwei Temperaturen entsprechen. Ist die Fläche links vom Schnittpunkte zweier thermoelektrischen Linien positiv, so ist sie rechts negativ, und umgekehrt.

Bedeutet N die Temperatur des neutralen Punktes zweier Metalle, n_1 und n_2 die neutralen Punkte jedes einzelnen mit Blei (die neutralen Punkte sind die Schnittpunkte der thermoelektrischen Linien), und k_1 und k_2 die Tangenten der Winkel, welche die thermoelektrischen Linien mit denen des Blei einschliessen, endlich T und t die Temperaturen der Löthstellen, so ist die elektromotorische Kraft:

$$E = (k_1 - k_2)\,(T - t)\left(\frac{T+t}{2} - N\right)$$

Die Werthe von k und n in Beziehung auf Blei giebt folgende Tabelle:

Metall	n	k
Cadmium . . .	— 69	—0.0364
Zink	— 32	—0.0289
Silber	—115	—0.0146
Kupfer	— 68	—0.0124
Messing . . .	+ 27	—0.0056
Aluminium . .	—113	+0.0026
Zinn	+ 45	+0 0067
Argentan . . .	—314	+0.0251
Palladium . .	—181	+0.0311
Eisen	+357	+0.0420

Torsion. Wenn ein Körper, auf den keine Kraft einwirkt, an einem Faden aufgehängt ist, so kommt er in bestimmter Lage zur Ruhe. Dreht man den Aufhängepunkt des Fadens um den Winkel ω, so würde sich auch der Körper um diesen Winkel drehen, wenn keine sonstige Kraft auf ihn einwirken würde. In Wirklichkeit aber handelt es sich immer um den Fall, dass bei der Bewegung aus der Ruhelage ein sich dieser Bewegung widersetzendes Moment entsteht. Wenn dieses Moment beträchtlich grösser ist, als das Torsionsmoment, so dreht sich der Körper um einen gegen ω kleinen Winkel ψ.

Das Torsionsmoment ist dann:

$$T(\omega - \psi)$$

proportional der Drehung des Aufhängepunktes minus der des Körpers. Das auf letzteren wirkende Moment ist

$$M . \psi$$

und da beide gleich sein müssen, so folgt:

$$M\psi = T(\omega - \psi)$$

und:

$$\beta = \frac{T}{M} = \frac{\psi}{\omega - \psi}.$$

Hat man β bei einem Apparate ermittelt, so ist bei Einwirkung eines beliebigen Momentes μ auf den Apparat zu diesem Momente das der Torsion hinzuzufügen, also $(1 + \beta)\,\mu$ zu nehmen.

Voltameter. In dem Voltameter wird gewöhnlich das Volumen entwickelten Knallgases gemessen, indem man es in einer getheilten Röhre auffängt. Das Gasvolum ist auf 0^0 und 760 Mm. Barometerstand zu reduciren, nach der Formel:

$$v_0 = \frac{v}{1 + 0{\cdot}003665\,t} \cdot \frac{H}{760}$$

wo v das beobachtete Volumen bedeutet,

v_0 das auf 0^0 und 760 Mm. Barometerstand reducirte Volumen,

t die Temperatur bei der Beobachtung,

H die in Millimeter Quecksilber von 0^0 gemessene Pressung, unter der das Gas aufgefangen wurde.

Um H zu finden, nenne man h die Höhe der Flüssigkeit im Voltameter über der freien Oberfläche, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, b den Barometer. Dann ist:

$$H = b - h \frac{s}{13{\cdot}6}$$

Fängt man über Quecksilber auf, so ist $s = 13{\cdot}6$.

Fängt man über der angesäuerten Flüssigkeit auf, Schwefelsäure mit Wasser vom geringsten Widerstand, so ist $s = 1{\cdot}224$. In diesem Falle kommt zu der Pressung im Voltameter noch die des Wasserdampfes hinzu. Diese beträgt über Schwefelsäure:

von 1·13 1·20 1·25 specifisches Gewicht

das 0·9 0·8 0·7fache von der Maximalspannung des Wasserdampfes bei der betreffenden Temperatur, und ist von H abzuziehen.

Die Spannkraft des Wasserdampfes in Millimeter Quecksilber ist durch folgende Tafel gegeben:

$t =$ 0	$e =$ 4·6	$t =$ 10	$e =$ 9·1	$t =$ 20	$e =$ 17·4
1	4·9	11	9·8	21	18·5
2	5·3	12	10·4	22	19·7
3	5·7	13	11·1	23	20·9
4	6·1	14	11·9	24	22·2
5	6·5	15	12·7	25	23·6
6	7·0	16	13·5	26	25·0
7	7·5	17	14·4	27	26·5
8	8·0	18	15·4	28	28·1
9	8·5	19	16·3	29	29·8
10	9·1	20	17·4	30	31·6

Für Schwefelsäure von geringstem Widerstande ist $s = 1{\cdot}224$, also der Factor k, mit dem die Dampfspannung zu multipliciren ist, 0·75 und daher 0·75 e der obigen Tafel von H abzuziehen.

Voltameter nennt man auch die Apparate, in denen der Niederschlag eines Metalles, gewöhnlich Silber oder Kupfer, gemessen wird. Ueber diese Masse siehe elektrolytisches Mass, Seite 44.

Wärmeäquivalent. Siehe Aequivalent S. 2.

Wärmetheorie. Der physikalische Zustand eines Körpers ist bestimmt durch sein Volumen, die Pressung, unter der er steht, und seine Temperatur. Die Erfahrung zeigt, dass durch zwei derselben die dritte bestimmt ist.

Bei Gasen hat man:

$$\mathrm{v}p = R\,.\,T$$

wo v das Volumen der Gewichtseinheit, p die Pressung, unter der das Gas steht, R eine Constante (für Luft 29·27, für andere Gase gleich dieser Zahl dividirt durch ihr specifisches Gewicht), T die absolute Temperatur, d. h. die Temperatur des hunderttheiligen Thermometers plus 273^0.

Bei den flüssigen und starren Körpern ist ein solches Gesetz nicht bekannt.

Wenn einem Körper die Wärmemenge Q mitgetheilt wird, so ändert sich seine innere Energie, d. h. seine Temperatur oder die lebendige Kraft seiner Massentheilchen und damit die potentielle Energie derselben, ferner wird Arbeit geleistet, da bei Zunahme des Volumens die Pressung an der Oberfläche zurückgeschoben wird (oder bei Abnahme des Volumens negative Arbeit). Man hat sonach die Gleichung:

$$Q = A\,U + A\,p\,d\,\mathrm{v}$$

wo A das Wärmeäquivalent der Arbeit, U die innere

Energie, als Arbeit betrachtet, und $d\mathrm{v}$ die Volumzunahme ist.

Der erste Theil von Q ist unabhängig von der Art der Aenderung von v und t oder von dem Wege, auf welchem dem Körper U zugeführt worden ist, der zweite Theil hängt dagegen wesentlich von diesem Wege ab. Schreibt man deshalb die Gleichung als Differentialgleichung:

$$d\,Q = A\,d\,U + A\,p\,d\,\mathrm{v}$$

so ist zwar $d\,U$ ein vollständiges Differential, dessen Integral nur vom Anfangs- und Endwerthe abhängt, aber nicht $d\,Q$, dessen Integral wesentlich von der Art der Aenderung von p und v abhängt, also erst bestimmt werden kann, wenn die Abhängigkeit von p und v gegeben ist.

Man kann $d\,Q$ in drei verschiedenen Formen betrachten, je nachdem man von den drei Veränderlichen v, p und t zwei als unabhängig Veränderliche wählt.

Man hat:

$$d\,Q = c\,d\,t + l\,d\,\mathrm{v}$$
$$d\,Q = C\,d\,t + h\,d\,p$$
$$d\,Q = X\,d\,\mathrm{v} + Y\,d\,p$$

wo die Bedeutung der sechs Coëfficienten folgende ist:

c bedeutet die Wärmemenge, die nöthig ist, um bei constantem Volumen ($d\,\mathrm{v} = 0$) die Temperaturzunahme Eins zu bewirken.

C bedeutet die Wärmemenge, die nöthig ist, um bei constanter Pressung ($d\,p = 0$) die Temperaturzunahme Eins zu bewirken.

l bedeutet die Wärmemenge, welche nöthig ist, um bei constanter Temperatur ($d\,t = 0$) die Volumzunahme Eins zu bewirken.

X bedeutet die Wärmemenge, welche nöthig ist, um bei constanter Pressung ($dp = 0$) die Volumzunahme Eins zu bewirken.

h bedeutet diejenige Wärmemenge, welche nöthig ist, um bei constanter Temperatur ($dt = 0$) die Pressungszunahme Eins zu bewirken.

Y bedeutet diejenige Wärmemenge, welche nöthig ist, um bei constantem Volumen ($d\mathrm{v} = 0$) die Pressungszunahme Eins zu bewirken.

Diese verschiedenen Wärmemengen lassen sich bei Gasen theils experimentell, theils theoretisch aus dem Mariotte-Gaylussac'schen Gesetze:

$$p\,\mathrm{v} = R \,.\, T$$

bestimmen, wobei T die sogenannte absolute Temperatur ($273 + t$) ist.

Man findet für Gase:

$$c = A \,.\, U \,.\, T$$
$$C = c + A\,R = A\,(U\,T + R)$$
$$l = A\,p$$
$$X = A\,\frac{C\,p}{R}$$
$$h = -\,\mathrm{A\,v}$$
$$Y = \frac{c\,\mathrm{v}}{R}$$

In der zweiten Gleichung liegt die Art und Weise, wie Mayer und Holtzmann unabhängig voneinander das Wärmeäquivalent der Arbeit bestimmt haben.

Für andere Körper als Gase sind allgemeine Ausdrücke für die verschiedenen Wärmemengen nicht bekannt. Aber aus der Eigenschaft von $d\,U$, vollständiges Differential zu sein, lassen sich drei allgemeine Beziehungen für dieselben aufstellen. Es ist:

$$\frac{d\,l}{d\,t} - \frac{d\,c}{d\,\mathrm{v}} = A\,\frac{d\,p}{d\,t}$$

$$\frac{d\,C}{d\,p} - \frac{d\,h}{d\,t} = A\,\frac{d\,\mathrm{v}}{d\,t}$$

$$\frac{d\,Y}{d\,\mathrm{v}} - \frac{d\,X}{d\,p} = -A$$

Diese drei Gleichungen tragen gewöhnlich den Namen von Clausius.

Für Gase ist:

$$\frac{d\,Q}{T} = c\,\frac{d\,T}{T} + A\,R\,\frac{d\,\mathrm{v}}{\mathrm{v}}$$

(wo $d\,T$ dieselbe Bedeutung hat, wie früher $d\,t$, da $T = 273 + t$), also ist $\frac{d\,Q}{V}$ vollständiges Differential und daher bei einem geschlossenen Processe, wo der Endzustand gleich dem Anfangszustande ist:

$$\int \frac{d\,Q}{T} = 0$$

Man hat drei bestimmte Zustandsänderungen mit besonderen Namen bezeichnet (Rankine):

isotherme Zustandsänderung, wenn die Temperatur constant bleibt;

isodynamische, wenn U constant bleibt,

adiabatische, wenn Q constant bleibt.

Da die Zustandsänderungen am einfachsten durch Coordinaten bestimmt werden, so spricht man gewöhnlich von isothermen, isodynamischen und adiabatischen Curven.

Bei Gasen fällt $d\,T = 0$, und $d\,Q = 0$ zusammen, isotherme und isodynamische Curven sind dieselben. Nach dem Mariotte-Gaylussac'schen Gesetze sind sie gleichseitige Hyperbeln in einer Coordinatenebene (p, v).

Die adiabatische Curve kann in drei verschiedenen Formen dargestellt werden, je nach den zwei der drei Veränderlichen v, p, t, die man als unabhängig betrachtet. Man erhält:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^c = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{C-c}$$

oder:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^C = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{C-c}$$

oder:

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^c = \left(\frac{v_0}{v}\right)^C$$

Wenn man mit einem Gase einen Carnot'schen Process ausführt, bestehend aus zwei adiabatischen und zwei isothermen Curven, so ist der Nutzeffect:

$$\zeta = \frac{T_1 - T_0}{T_1}$$

wenn T_1 die der höheren isothermen Curve, T_0 die der niederen entsprechende absolute Temperatur ist.

Es ist nämlich die Wärmemenge, welche längs der ersten Isothermen zugeführt wird:

$$Q_1 = A R T_1 \, lg \frac{v_2}{v_1}$$

wo v_2 und v_1 die Volumina am Anfange und Ende der Isothermen sind. Die auf der zweiten Isothermen abgeführte Wärmemenge aber ist:

$$Q_0 = A R T_0 \, lg \frac{v_3}{v_4}$$

und aus den Gleichungen der adiabatischen Curven folgt:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}$$

Somit ergiebt sich der obige Werth von ζ als Verhältniss der verbrauchten Wärme zu der überhaupt zugeführten. Er hängt blos von der absoluten Temperatur ab, nicht von der Art des Gases.

Nimmt man mit dem Gase einen anderen geschlossenen Process vor, so erhält man:

$$\zeta < \frac{T_1 - T_0}{T_1}$$

Dieser Satz, der zunächst für Gase nachweisbar ist. gilt für beliebige Körper. Der Beweis hiefür kann nach Clausius geliefert werden, wenn man voraussetzt:

Sind zwei constante Wärmequellen, eine höhere und eine tiefere, gegeben, so ist es unmöglich, eine periodisch functionirende Maschine zu construiren, vermittelst der ohne Aufwand an Arbeit unendlich viel Wärme aus der tieferen in die höhere Quelle geschafft werden könnte; und nach Thomson, wenn man den Satz annimmt:

Sind beliebig viele Wärmequellen gegeben, so ist es unmöglich, eine periodisch functionirende Arbeit zu construiren, vermittelst der aus der tiefsten Quelle unendlich viel Arbeit gewonnen werden kann.

Es folgt somit für jeden beliebigen Körper:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_0}{T_0}$$

und wenn man eine Reihe solcher Processe von Carnot aneinanderreiht:

$$\Sigma \frac{Q}{T} = 0 \quad \text{oder} \quad \int \frac{dQ}{T} = 0$$

wenn die Temperatur continuirlich sich ändert. Für jeden anderen Process ist:

$$\int \frac{dQ}{T} < 0$$

Die Verbindung dieser zwei Sätze heisst der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (nach Clausius). Der erste Hauptsatz ist die Aequivalenz von Arbeit und Wärme. ($\frac{dQ}{T}$ heisst nach Clausius Verwandlungswerth.)

Wenn für einen geschlossenen Process:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

ist, so ist $\frac{dQ}{T}$ ein vollständiges Differential. Daraus ergeben sich drei Gleichungen, welche Thomson aufgestellt hat:

$$l = A\,T \frac{dp}{dt}$$

$$h = -\,A\,T \frac{d\mathrm{v}}{dt}$$

$$X \frac{dt}{dp} - Y \frac{dt}{d\mathrm{v}} = A\,T$$

welche besonders bei Aenderung des Aggregatzustandes ihre Anwendung finden.

Bei einer Mischung von Starrem und Flüssigem desselben Körpers, also z. B. Eis und Wasser, sei ω das specifische Volumen des Flüssigen, o dagegen das specifische Volumen des Starren, dann ist die Schmelzwärme:

$$\rho = A\,T \frac{dp}{dt} (\omega - o)$$

Daraus ergiebt sich die Aenderung der Schmelztemperatur t mit der Aenderung der Pressung; bei Wasser $0{\cdot}0074^0$ Abnahme für Zunahme der Pressung um eine Atmosphäre; bei Wachs $0{\cdot}02^0$ Zunahme für eine Atmosphäre Pressungszunahme. Beim ersten ist $\omega < 0$, das starre Wasser schwimmt auf dem flüssigen, beim zweiten ist $\omega > 0$, das starre Wachs sinkt im flüssigen.

Für die Dampfwärme erhält man die Formel:

$$r = A\,T\frac{d\,p}{d\,t}(o - \omega)$$

wo ω das specifische Volumen des Flüssigen und o des Dampfförmigen ist.

Dampfcurven nennt man Curven gleicher Dampfmenge:

$$o = const.$$

Calorische Curven heissen die Curven:

$$d\,q = \frac{d\,Q}{T} = 0 \text{ oder } q = const.$$

(q heisst die Entropie).

Der calorischen Curve kann man die Form geben:

$$d\,q = \frac{\mu\,c}{T}\,d\,T + \frac{m\,H}{T}\,d\,T + \frac{r\,d\,m}{T}$$

wo μ das Gewicht Flüssigkeit, m das Gewicht Dampf, die Gesammtmenge ein Kilogramm ist und H die Bedeutung:

$$H = c + \frac{d\,r}{d\,t} - \frac{r}{T}$$

hat. Die specifische Wärme des Flüssigen ist mit c bezeichnet.

Wenn die Mischung um $d\,T$ erwärmt wird, so muss das Wasser erwärmt ($\mu\,c\,d\,T$) und die zur Dampfneubildung nöthige Wärme beigeschaft werden ($r\,d\,m$); das mittlere Glied von $d\,q$ entspricht also der Wärme, die nöthig ist, um die Dampfmenge constant zu erhalten. Das ist die Bedeutung von H.

Für Wasser ist H negativ, daraus ergiebt sich der von Clausius und Rankine aufgestellte Satz:

Wird Wasserdampf mit Wasser gemischt adiabatisch umgeändert, so wächst die Dampfmenge oder nimmt ab bei Compression, je nachdem der anfängliche Zustand in der Nähe der Curve kleinster oder grösster Dampfmengen liegt.

Widerstand. Das Mass des Widerstandes ist nach den Beschlüssen des Elektrikercongresses in Paris vom Jahre 1881 das Ohm oder 10^9 in absolutem Masse für Centimeter und Secunde (siehe Masseinheiten S. 90). Das bis jetzt am häufigsten benutzte Widerstandsmass ist die Siemens'sche Einheit, der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 Mtr. Länge und ein 1 □Mm Querschnitt. Sein Werth in Ohm ausgedrückt ist 0·9717. In absolutem Masse ist die *S. E.* (das ist die kurze, gewöhnlich angewandte Bezeichnung der Siemens'schen Einheit) ($9717 \, . \, 10^5 \, cm \, sec^{-1}$) oder (0·9717 Erdquadrant sec^{-1}) für das dynamische System und bedeutet daher eine Geschwindigkeit.

Die Messung des Widerstandes ist unter allen elektrischen Messungen diejenige, welche sich am genauesten ausführen lässt, und hat deswegen eine vorzugsweise Bedeutung. Zu unterscheiden ist zwischen der Messung des Widerstandes nicht zersetzbarer und zersetzbarer Leiter. Bei den letzten sind besondere Vorsichtsmassregeln anzuwenden.

Die nicht zersetzbaren Leiter werden in Drahtform, also bei constantem Querschnitte, gemessen. Verschiedene Methoden hiefür sind folgende:

1. Der Strom eines constanten Elektromotors wird durch eine Bussole geleitet und die Stromstärke i gemessen, man schaltet den Draht ein, dessen Widerstand zu messen ist, und erhält jetzt die Stromstärke i_1. Endlich schaltet man einen Normaldraht vom Widerstande w_0 ein und erhalte die Stromstärke i_0. Es ist dann der gesuchte Widerstand:

$$w = w_0 \frac{(i - i_1)\,v_0}{(i - i_0)\,i_1}$$

2. In einen Stromkreis sei eine Bussole eingeschaltet. Vor und hinter der Bussole zweigt eine Leitung mit einem Galvanometer ab. Wird in die Leitung zwischen den zwei Abzweigungspunkten zuerst nur die Bussole eingeschaltet, dann die Bussole mit dem zu messenden Widerstande w und endlich die Bussole mit einem Normalwiderstande w_0, so kann man durch einen in die Hauptleitung eingeschalteten Rheostaten das Galvanometer in allen drei Fällen zum gleichen Ausschlag bringen. Giebt dann die Bussole der Reihe nach die Stromstärke i, i_1, i_2, so ist:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{i_2}{i_1} \cdot \frac{i - i_1}{i - i_2}$$

Die zwei Methoden verlangen genau graduirte Instrumente zur Strommessung. Bei anderen Methoden umgeht man die Messung der Stromstärke.

3. Man bringt in einen Stromkreis mit Bussole und Rheostat den zu untersuchenden Draht und liest die Bussole ab; dann schaltet man den Draht aus und bringt durch den Rheostaten die Bussole wieder auf denselben Stand. Der Widerstand des Drahtes ist dann gleich dem eingeschalteten Rheostatendrahte.

Oder verwendet man ein Differentialgalvanometer, lässt von demselben Elektromotor zwei Drähte ausgehen, einen durch die einen, den anderen durch die zweiten Windungen des Galvanometers und dann zurück einerseits durch einen Rheostaten, andererseits durch den zu untersuchenden Draht. Man stellt den Rheostaten, bis das Galvanometer keinen Ausschlag giebt, dann entfernt man den zu untersuchenden Draht und ändert wieder den Rheostaten, bis der Ausschlag Null ist. Was bei der letzten Operation eingeschaltet werden musste, ist der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes.

4. Jenkin wendet eine Bussole an mit zwei gleichen, unter einem rechten Winkel stehenden Drahtringen. Man lässt einen Strom durch beide Ringe gehen, indem man ihn in zwei Theile verzweigt. Sind die zwei Ringe von gleichem Widerstande w, so kommt auf jeden derselbe Strom, und die Nadel kommt zur Ruhe, wenn die Ringe Winkel von 45^0 mit dem magnetischen Meridian bilden. Schaltet man dann in den einen Zweig den gesuchten Widerstand x und in den anderen den Normalwiderstand n ein, so wird die Nadel abgelenkt. Dreht man bis die Ringe die Winkel α und $90 - \alpha$ mit dem magnetischen Meridian machen und die Nadel wieder zur Ruhelage zurückkehrt, so ist:

$$\mathrm{w} + x = (\mathrm{w} + n)\, tg\, \alpha$$

oder bei sehr kleinem Widerstand der Ringe:

$$x = n\, tg\, \alpha$$

Eine Reihe anderer Methoden beruhen auf der Verzweigung des Stromes mit der Wheatstone'schen Brücke. Sie passen besser, so wie es sich um Widerstände handelt, die nicht beträchlich grösser sind, als die vor ihrer Einschaltung schon da gewesenen, oder sogar kleiner.

Man benutzt dabei jetzt den 1 Mtr. langen Messdraht, verbindet seine Enden mit einem Elektromotor, und ausserdem einerseits mit dem Normaldraht, andererseits mit dem zu untersuchenden Drahte. Die beiden letzten endigen in einem Metallblocke, von dem aus eine Leitung über ein Galvanometer zu einem beliebigen Punkte des Messdrahtes führt.

Wenn das Galvanometer keinen Ausschlag giebt, so verhalten sich die zwei Widerstände, der Normalwiderstand *u* und der gesuchte w, wie die ihnen anliegenden Stücke *a* und *b* des Messdrahtes, welche von der Berührungsstelle des vom Galvanometer kommenden Drahtes gebildet werden.

$$n : \mathrm{w} = a : b$$

Wenn man ein Normalmass einschaltet, so hat man in der Regel noch weitere Drähte nöthig mit dem Widerstande x; alsdann lautet die Gleichung:

$$n + x : \mathrm{w} = a : b$$

und wenn man den Normaldraht weglässt

$$x : \mathrm{w} = a_1 : b_1$$

aus beiden Gleichungen folgt:

$$\mathrm{w} = n \frac{b\, b_1}{a \mathrm{b}_1 - a_1 b}$$

Benutzt man einen Widerstandskasten, und schaltet die Widerstände $n_1\, n_2\, n_3$ u. s. w. ein, so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned} n_1 + x : \mathrm{w} &= a_1 : b_1 \\ n_2 + x : \mathrm{w} &= a_2 : b_2 \\ n_3 + x : \mathrm{w} &= a_3 : b_3 \\ \text{etc.} \qquad & \qquad \text{etc.} \end{aligned}$$

und kann daraus den wahrscheinlichsten Werth von w bestimmen.

Bildet man nämlich folgende Summen:

$$\begin{aligned} p &= a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2 + \ldots, \\ q &= b_1{}^2 + b_2{}^2 + b_3{}^2 + \ldots \\ r &= a_1\, b_1 + a_2\, b_2 + a_3\, b_3 + \ldots \\ s &= a_1\, b_1\, n_1 + a_2\, b_2\, n_2 + a_3\, b_3\, n_3 + \ldots \\ t &= b_1{}^2 n_1 + b_2 n_2 + b_3{}^2 n_3 + \ldots \end{aligned}$$

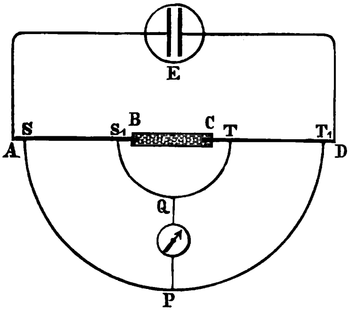
so ist der wahrscheinlichste Werth von w:

$$w = \frac{t \,.\, r - s \,.\, p}{p\,q - r^2}$$

Wenn es sich um sehr kleine Widerstände handelt, so können Ungenauigkeiten in den Verbindungsstellen erhebliche Fehler mit sich bringen. W. Thomson schlägt für diesen Fall die Combination der Fig. 13 vor.

Die zu vergleichenden Drähte AB und CD werden mit den Enden B und C leitend verbunden, den anderen

Fig. 13.



Enden A und D führt ein Elektromotor E einen Strom zu. Auf dem zu untersuchenden und dem Normaldrahte AB und CD werden an zwei Stellen S und S_1 auf AB und T und T_1 auf CD Drähte angedrückt, von denen einer von S nach T_1, der andere von S_1 nach T geht und deren Mitten Q und P sind. Zwischen Q und P ist ein Galvanometer eingeschaltet. Giebt dieses keinen Ausschlag, so ist der Widerstand des Stückes SS_1 gleich dem des Stückes TT_1.

Die Widerstände der aus gleichem Drahte bestehenden gleich langen Leitungen S_1Q und QT, sowie SP und

PT_1 sind so gross, dass die Widerstände der Verbindungsstellen bei S und T, also auch ihre Ungleichheiten von keiner Bedeutung sind.

Auf Inductionsströmen beruht eine Methode von Kohlrausch. Man lässt die Magnetnadel einer Spiegelbussole bei geöffneter Leitung schwingen und bestimmt das logarithmische Decrement λ_0; dann bestimmt man dasselbe bei geschlossenen Windungen mit dem Widerstande w, es sei λ_w; endlich schaltet man den zu untersuchenden und dann einen Normaldraht ein und erhalte die Decremente λ_1 und λ_2. Wenn w_1 und w_2 die Widerstände der letzteren sind, so ist:

$$\frac{1}{w} = C(\lambda_w - \lambda_0)$$

$$\frac{1}{w + w_1} = C(\lambda_1 - \lambda_0)$$

$$\frac{1}{w + w_2} = C(\lambda_2 - \lambda_0)$$

woraus folgt:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_w - \lambda_2}{\lambda_w - \lambda_1} \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_2 - \lambda_0}$$

Bei sehr schlechten Leitern, Guttapercha, Kautschuk etc., wendet man Platten an, die zwischen die Platten eines Condensators zu liegen kommen. Man verbindet die Collectorplatte mit einem Elektrometer, die Condensatorplatte mit der Erde. Wird die Collectorplatte geladen und dann die Elektricitätsquelle entfernt, so sinkt das Potential in der Collectorplatte und dem Elektrometer, und der Strom wird mit der Zeit constant.

Man findet für die Leitungsfähigkeit:

$$k = c\,\frac{lg\frac{P_1}{P_2}}{t_2 - t_1}$$

wo c die Capacität (siehe Condensator S. 14) und P_1 und P_2 die Potentiale zur Zeit t_1 und t_2 sind.

Aehnlich verfährt man bei den Umhüllungen der Kabel.

Der Widerstand zersetzbarer Leiter muss in besonderer Weise bestimmt werden, weil beim Durchgange des Stromes Polarisation entsteht und Zersetzung der Flüssigkeiten. Wir betrachten zunächst die Bestimmung des Widerstandes galvanischer Elemente.

Die Methode, welche Ohm angewendet hat, besteht darin, dass man in einen Stromkreis verschiedene Widerstände l_1 und l_2 einschaltet und die Stromstärken i_1 und i_2 beobachtet. Der Widerstand ist dann:

$$W = \frac{i_2 l_2 - i_1 l_1}{i_1 - i_2}$$

Am besten wird man eine Reihe von Versuchen mit Vielfachen desselben Widerstandes machen. Werden z. B. die Widerstände 5, 10, 15 etc. der Reihe nach eingeschaltet, so erhält man bei einer Tangentenbussole, da E gleich bleibt:

$$cotg\,\alpha_1 : cotg\,\alpha_2 : cotg\,\alpha_3 : \ldots = W : W + 5 : W 10 : \text{etc.}$$

Die aufeinander folgenden Cotangenten der Ablenkungen müssen gleiche Differenzen geben. Man hat damit ein Merkmal für die Güte der Versuche.

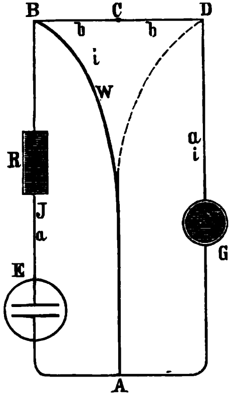
W. Siemens hat folgende Methode angegeben: Das Element kommt mit einem Rheostaten R und einem Galvanometer G in einen Stromkreis (Fig. 14). Zwischen dem Galvanometer und dem Elemente wird von A aus eine Verzweigung angebracht, welche an die Punkte B und D angelegt werden kann. Die Mitte C von BD liege so, dass der Widerstand CRA gleich dem von

CGA ist (was durch Drehung des Rheostaten erreicht werden kann). Die Stromstärke in *BCGA* ist:

$$i = \frac{E\mathrm{w}}{a^2 + 2a\mathrm{w} - b^2}$$

wo *E* die elektromotorische Kraft des Elementes, w der Widerstand des Zweigdrahtes, *a* der Widerstand auf dem Wege *ARBC* und *b* der halbe Widerstand längs *BD* ist.

Fig. 14.



Da in der obigen Formel *b* im Quadrat vorkommt, so ist es gleichgiltig, ob man den Zweigdraht in *B* oder in *D* anlegt, wenn wirklich Widerstand *ARC* = Widerstand *AGC* ist. Man wird also abwechselnd den Zweigdraht mit *B* und *C* verbinden und durch den Rheostaten den Widerstand längs *ARC* so lange ändern, bis das Galvanometer sich nicht mehr ändert. Dann ist:

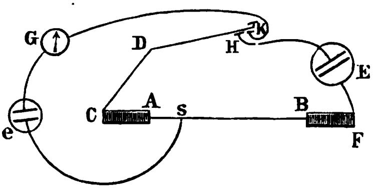
$$W + R = G$$

wo die Verbindungsdrähte noch zu den Widerständen *W*, *R*, *G* des Elementes, des Rheostaten und des Galvanometers hinzuzurechnen sind.

Der Widerstand *BD* soll der ein- bis zweifache des Elementes sein.

Nach Beetz wird ein Platindraht *A B*, dessen Widerstand w bekannt ist, auf beiden Seiten mit kleinen Rheostaten verbunden (*A C* und *B F*), (Fig. 15). Von dem einen Rheostaten geht bei *F* ein dicker Draht zum Elemente *E*, dessen Widerstand *W* zu bestimmen ist, vom anderen geht bei *C* ein dicker Draht zu einem Schlüssel *D*, welcher beim Niederdrücken bei *H* den Stromweg über *E* und dann für einen Moment die Zweigleitung *K G S* schliesst,

Fig. 15.



in der sich ein Spiegelgalvanometer, ein schwächeres, entgegengesetzt zu *E* gerichtetes Element *e* befindet und deren Ende *S* auf dem Drahte *A B* verschiebbar ist.

Ist durch den Rheostat *A C* der Widerstand w_1 und durch den zweiten *B F* der Widerstand w_2 eingeschaltet und ist *a* der Widerstand von *A S*, so hat man:

$$\frac{E}{e} = \frac{w + w_1 + w_2 + W}{a + w_1}$$

w_1 kann in der Regel der Null gleich genommen werden. Nur wenn *E* sehr wenig von *e* verschieden ist, kann es vorkommen, dass das Verschieben von *S* das Galvanometer nicht zur Ruhe bringt. Da der grösste Werth von *a* der Widerstand w des ganzen Drahtes ist, der kleinste von w_2 aber Null, so ist der kleinste Werth von E/e gegeben durch:

$$\frac{w + W}{w}.$$

Diesen Werth aber kann man der Einheit nähern, wenn man noch w_1 einschaltet, wobei man erhält:

$$\frac{w + w_1 + W}{w + w_1}$$

Hat man eine Bestimmung von E/e gemacht, so führt man eine zweite aus, indem man w_2 ändert und den Zweigdraht verschiebt. Sind u_2 und b die neuen Werthe von w_2 und a, so hat man:

$$\frac{E}{e} = \frac{w + w_1 + u_2 + W}{b + w_1}$$

und aus den zwei Gleichungen folgt:

$$w + w' + W = \frac{u_2 (a + w_1) - w_2 (b + w_1)}{b - a}$$

Endlich ist noch die Methode von Siemens zu erwähnen, wenn es sich um Elemente handelt, von denen mehrere vorhanden sind. Schaltet man zwei möglichst gleiche entgegengesetzt in einen Stromkreis, so fällt die Polarisation weg, man kann den Widerstand bestimmen, wie bei einem nicht zersetzbaren Körper.

Der Widerstand der gebräuchlichen Elemente ist von der Grösse der Metallplatten und der Beschaffenheit der Säuren abhängig. Man nimmt meist für Daniell als Widerstand 1 — 2, für Meidinger 4 — 6, für Grove und Bunsen 0·7 *S. E.*

Der Widerstand der Metalle hängt sehr von etwaigen Beimischungen ab. Mittlere Werthe für möglichst reine Metalle sind für Quecksilber = 1 und die Temperatur 0°:

Silber . .	0·0159	Arsen . .	0·3484
Kupfer . .	0·0164	Antimon .	0·3584

Gold . .	0·0210	Wismuth	1·333
Zink . .	0·0571	Thallium	1·818
Cadmium .	0·0698	Eisen . .	0·099
Zinn . .	0·1313	Platin . .	0·0918
Neusilber .	0·212	Kohle . .	40—120
Blei . .	0·1992		

Der Widerstand nimmt mit der Temperatur zu, nahe im Verhältniss der absoluten Temperatur, also um $\frac{1}{273}$ für jeden Grad von dem für 0^0 geltenden.

Beim Quecksilber wächt er um 0·08% für jeden Grad von Null aus.

Salzlösungen und Säuren haben specifische Widerstände, welche millionenmal grösser sind, als die des Quecksilbers. Die folgende Tabelle giebt in Beziehung auf Quecksilber = Eins die specifischen Widerstände für verschiedene Lösungen.

Gewichts-Gehalt der Lösung	$Cu . SO_4$	$H_2 SO_4$	$Zn SO_4$
5%	555500	51300	555500
10	333300	27320	333300
15	256400	19680	256400
20		16370	232500
25		14900	227300
30		14470	243900
35		14750	300400
40		15720	
50		19800	
60		28630	
70		49500	
80		97100	

Das Minimum des Widerstandes tritt ein:

Für Schwefelsäure mit 1·4470 bei 30% und dem specifischen Gewichte 1·224;

für Zinkvitriol mit 226300 bei 23·5% und dem specifischen Gewichte 1·286.

Von theoretischen Bestimmungen ist noch Folgendes anzuführen:

Der Widerstand in einer Leitung mit nicht gleich bleibendem Querschnitt ist (siehe Strom S. 129):

$$w = \frac{1}{c}\int\frac{dx}{F}$$

wo F die Fläche des Leiters senkrecht zur Axe und x sein Abstand von einem Anfangspunkte ist.

Sind die Begrenzungsflächen eines Leiters cylindrisch, wie das bei galvanischen Elementen vielfach der Fall ist, so erhält man für F den Ausdruck:

$$F = 2\pi h(r_0 + x)$$

wo h die Höhe des Cylinders, r_0 der Halbmesser des inneren Metallcylinders, r_1 der des weiteren ist und $(r_0 + x)$ der eines Cylinders ist, welcher in die Flüssigkeit fällt. Man erhält nun:

$$w = \frac{1}{c}\int\frac{dx}{F} = \frac{1}{2c\pi h}\int_0^{r_1 - r_0}\frac{dx}{r_0 + x} = \frac{1}{2c\pi h}\,lg\,\frac{r_1}{r_0}$$

als Widerstand der Flüssigkeit von einem Cylinder zum anderen. Er ist nur vom Verhältnisse der zwei Halbmesser, nicht von ihrem Abstande abhängig. Zwei Cylinder mit grossem Halbmesser sind also günstiger als Cylinder mit kleinem Halbmesser bei gleichem Abstande.

Eine andere theoretische Lösung kann bei Feststellung der Quecksilber-Einheit benutzt werden. Zwei kreisförmige Platten von den Halbmessern R und r, senkrecht zur Verbindungslinie ihrer Mitten, seien in eine Flüssigkeit von specifischem Widerstande γ eingesenkt, und man nehme an, dass der Strom nicht über den abgestumpften Kegel hinaus sich verbreiten könne, der von den Platten begrenzt ist; dann ist der Widerstand zwischen ihnen:

$$W = \frac{\gamma d}{\pi r R}$$

also direct proportional der Entfernung d beider Platten.

Führt man in diesen Ausdruck das Volumen:

$$v = \frac{d\pi}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

und das Verhältniss α ihrer Endflächen ein, so ist:

$$\alpha = \frac{R^2}{r^2}; \quad W = \frac{\gamma d^2}{3\,v}\left(1 + \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)^2$$

Diese Gleichung ist bequem für Bestimmung des Widerstandes einer Flüssigkeit in einer conischen Röhre, da man die Länge, das Volumen aus dem Gewichte der gefüllten und leeren Röhre, und durch Verschieben eines Quecksilberfadens das Verhältniss der Endquerschnitte leicht und genau bestimmen kann.

Widerstände in Dynamomaschinen. Bei einem inducirenden Elektromagnete (Schenkel) bedeute:

L die Länge des Drahtes, der zur Umwicklung gedient hat,

B das Gesammtvolumen des Drahtes und seiner Isolirung,

B/n das Kupfervolumen,

q den Gesammtquerschnitt des Drahtes und seiner Isolirung, q/n nur den ersten,

W den Widerstand des Drahtes.

Dieselben Grössen seien bei den Umwicklungen des Ankers durch dieselben Buchstaben mit Strichen bezeichnet. Endlich bedeute w_0 den specifischen Widerstand des Kupfers.

Dann gelten die Gleichungen:

$$B = q \, . \, L$$

$$W = n \, w_0 \frac{L}{q} = n \, w_0 \frac{B}{q^2}$$

also:

$$q = \frac{\sqrt{n \, w_0 \, B}}{\sqrt{W}} = \frac{K}{\sqrt{W}}$$

wo K als Constante betrachtet werden soll.

Ebenso ergiebt sich für die Anker:

$$q' = \frac{\sqrt{n' \, w_0 \, B'}}{\sqrt{W'}} = \frac{K'}{\sqrt{W'}}$$

wo K' wieder eine Constante ist.

Die Stärke des Stromes, welcher den Elektromagnet durchfliesst, sei mit i bezeichnet, mit i' der Strom, welcher den Anker umfliesst, v die mittlere Geschwindigkeit eines Punktes des Ankers, E die mittlere elektromotorische Kraft zwischen den beiden Enden der Ankerumwicklung. Dann gilt:

$$E = P \, . \, \frac{i}{q} \, . \, \frac{1}{q'} \, \mathrm{v}$$

(siehe Induction), wo P eine Grösse bedeutet, welche von den Formen, den Dimensionen und den relativen Lagen der Umwicklungen von Schenkel und Anker und von der magnetischen Capacität des Eisens abhängt.

Die in Elektricität umgesetzte mechanische Energie ist $E i'$ oder:

$$P \frac{i \, i'}{q \, q'} \, \mathrm{v}$$

oder durch Substitution der Werthe von q und q':

$$L = \frac{P\sqrt{W\,W'}\,i\,i'\,\mathrm{v}}{K\,K'}$$

Von der Gesammtarbeit geht ein Theil durch die Erhitzung der Drahtwindungen verloren. Die verlorene Arbeit ist:

$$L_1 = W i^2 + W' i'^2$$

bleibt also die nutzbringende Arbeit:

$$L - L_1 = \frac{P\sqrt{W\,W'}\,i\,i'\,\mathrm{v}}{K\,K'} - W i^2 - W' i'^2$$

Macht man v gross genug, so lässt sich das Verhältniss der verlorenen Arbeit L_1 zur nutzbringenden Arbeit beliebig klein machen.

Ist r das Verhältniss $\frac{L}{L_1}$ der Gesammtarbeit zur verlorenen Arbeit, so ist:

$$r = \frac{P\sqrt{W\,W'}\,i\,i'}{W i^2 + W' i'^2} \cdot \frac{\mathrm{v}}{K\,K'}$$

Soll möglichst wenig Arbeit verloren gehen, so hat man W und W' so zu bestimmen, dass r ein Maximum wird, wenn v gegeben ist, oder v ein Minimum, wenn r gegeben ist.

Bei der Dynamomaschine mit einfachem Stromkreise ist $i' = i$, also:

$$r = \frac{P\sqrt{W\,W'}}{W + W'} \quad \frac{\mathrm{v}}{K\,K'}$$

Setzt man:

$$W + W' = S$$

so ist:

$$r = \frac{P\sqrt{W(S - W)}\,.\,\mathrm{v}}{S\,.\,K\,K'}$$

Betrachtet man S als gegeben, und P als Constante, so hat r/v den grössten Werth, wenn:

$$W = \frac{1}{2} S = W'$$

d. h. wenn Widerstand in Schenkel und Anker gleich sind.

In Wirklichkeit ist aber P nicht constant, es vermindert sich, wenn die magnetisirende Kraft sich vergrössert. Da diese hauptsächlich vom weichen Eisen der Schenkel abhängt, so wird P kleiner bei wachsendem W und bei abnehmendem W' (da $S = W + W'$ constant ist). Folglich wird das Maximum von r/v für einen Werth von W' eintreten, der grösser als $\frac{1}{2} S$ ist, d. h. der Widerstand der Schenkel muss kleiner sein, als der des Ankers.

Bei einem einfachen Stromkreise ist der Strom im äusseren Drahte gleich dem der Umwicklungen der Schenkel und des Ankers. Ist w der äussere Widerstand, so ist nach dem Ohm'schen Gesetz:

$$i = \frac{E}{\mathrm{w} + W + W'}$$

oder nach Einsetzung des Werthes von E:

$$i = i \frac{P\sqrt{W W'}\, \mathrm{v}}{K K' (\mathrm{w} + W + W')}$$

Dieser Gleichung wird durch $i = 0$ genügt, und durch:

$$P = \frac{K K' (\mathrm{w} + W + W')}{\sqrt{W W'} \,.\, \mathrm{v}}$$

Ist

$$\mathrm{v} < \frac{K K' (\mathrm{w} + W + W')}{P_0 \sqrt{W W'}}$$

wo P_0 der Werth von P ist, für welchen $i = 0$ ist, so hat man gar keinen Strom, da wir von der Anwesenheit von remanentem Magnetismus abgesehen haben. Sobald aber jene Grenze überschritten ist, entsteht ein schwacher Strom, der rasch bis zu der durch die Gleichung für P bestimmten Grösse ansteigt. Dies wäre die Stromstärke im stationären Zustande.

Ist der Stromkreis verzweigt, so theilt sich i' in zwei Ströme, von denen der eine i den Schenkel umfliesst, der andere $(i' - i)$ durch die äussere Leitung geht. Ihre Intensitäten sind den Widerständen umgekehrt proportional, also:

$$i\, W = (i' - i)\, \mathrm{w} \qquad i = \frac{\mathrm{w}}{W + \mathrm{w}}\, i'$$

Somit nach dem Gesetze von Joule die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit:

im Anker: $W'\, i'^2$

im Schenkel: $W \left(\frac{\mathrm{w}}{W + \mathrm{w}}\right)^2 i'^2$

im äusseren Stromkreise: $\mathrm{w} \left(\frac{W}{W + \mathrm{w}}\right)^2 i'^2$

Ist u das Verhältniss der Gesammtarbeit L zu der in der äusseren Leitung geleisteten Arbeit L_1, so ist:

$$u = \frac{L}{L_1} \frac{W' + W\left(\frac{\mathrm{w}}{W + \mathrm{w}}\right)^2 + \mathrm{w}\left(\frac{W}{W' + \mathrm{w}}\right)^2}{\mathrm{w}\left(\frac{W}{W + \mathrm{w}}\right)^2}$$

also:

$$W^2 u = W' \left(\frac{W + \mathrm{w}}{\mathrm{w}}\right)^2 + W\,(W + \mathrm{w})$$

$$= \frac{W'\; W^2}{\mathrm{w}} + (W + W')\, \mathrm{w} + W\,(2\, W' + W)$$

Soll für gegebene *W* und *W'* der Werth von *u* ein Minimum sein, so muss w so genommen werden, dass:

$$w = \sqrt{\frac{W' \; W^2}{W + W'}}$$

Dann ist:

$$u = 2\sqrt{\frac{W' \, (W + W')}{W^2}} + \frac{2 \; W' + W}{W}$$

und wenn man:

$$\frac{W'}{W} = \varepsilon$$

setzt:

$$w = \sqrt{\frac{W \; W'}{1 + \varepsilon}}$$

und:

$$u = 1 + 2 \sqrt{\varepsilon \, (1 + \varepsilon)} + 2 \; \varepsilon$$

bei zweckmässiger Anordnung der einzelnen Theile muss *u* etwas grösser als 1, also ε sehr klein sein, also genähert:

$$w = \sqrt{W \; W'} \qquad u = 1 + 2 \sqrt{\varepsilon}$$

Windungsfläche einer Drahtrolle. Bestimmung derselben siehe Dynamometer S. 31.

Zurückwerfungsmethode. Im Gegensatze zur Multiplicationsmethode (siehe S. 91), wo bei jedem Durchgange durch die Ruhelage oder äusserste Lage der Magnetnadel ein gleicher Stoss im Sinne ihrer Bewegung ertheilt wird, um grössere Ausschläge bei schwachen Strömen zu erzielen, ertheilt man bei stärkeren Strömen abwechselnd Impulse in der Richtung und entgegengesetzt der Richtung der Bewegung der Nadel. Man erhält dabei sogleich das Dämpfungsverhältniss (siehe Dämpfung S. 22).

Die Methode besteht darin, dass man durch einen momentanen Strom die Nadel plötzlich in Bewegung setzt und ihre erste grösste Ausweichung beobachtet, darauf in dem Augenblicke, wo die Nadel zum erstenmale wieder ihren ursprünglichen Stand passirt, wieder einen momentanen Strom auf sie wirken lässt, der aber, gleich allen folgenden, doppelt so stark ist, wie der erste. Dieser zweite Strom soll dieselbe Richtung wie der erste haben; alsdann wird die Nadel durch ihn in ihrer Bewegung nicht allein plötzlich gehemmt werden, sondern sogar eine Geschwindigkeit nach derselben Seite erhalten, von welcher sie herkommt. Ist die Nadel zum zweitenmale zurückgekehrt, so erfolgt wieder ein Stoss entgegengesetzt dem von vorher u. s. w. Wenn man auch anfangs die Zurückwerfung durch den doppelten Strom nicht ausführt, so kommt doch bald die Nadel in einen Beharrungszustand, der folgendermassen sich ergiebt:

Rechnet man die Zeit t von dem Augenblicke an, wo der momentane Strom die Nadel nach der Seite der positiven Ausweichung zurückgeworfen hat, so ist für die Dauer der beiden folgenden ungestörten Schwingungen:

$$x = A e^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \sin \frac{\pi}{\tau} . t$$

Für die folgenden Ausweichungen x_1 und x_2 ist:

$$\frac{dx}{dt} = 0 \text{ und } t_1 = \frac{\tau}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\lambda}$$

dann:

$$t_2 = \tau + \frac{\tau}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\lambda}$$

Daraus folgt:

$$x_1 = + \frac{A e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}.$$

und:

$$x_2 = - \frac{A e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}} e^{-\lambda}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}$$

Nach Verlauf der Zeit 2τ wird die Schwingung geändert, es wird zur Geschwindigkeit

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{\tau} A e^{-2\lambda}$$

welche die Nadel am Ende der Zeit 2τ haben würde, die Geschwindigkeit $(-c)$ hinzugefügt, woraus sich für die Dauer der folgenden zwei Schwingungen

$$x = \left(A e^{-2\lambda} - \frac{\tau}{\pi} c\right) e^{-\frac{\tau}{\pi}(t - 2\tau)} \sin \frac{\pi}{\tau} t$$

ergiebt. Für die beiden während dieses Zeitraumes beobachteten Ausweichungen ergiebt sich aus $\frac{dx}{dt} = 0$ der Werth der Zeit:

$$t_3 = 2\tau + \frac{\tau}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda} \text{ und } t_4 = 3\tau + \frac{\tau}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}$$

so dass man erhält:

$$x_3 = + \left(A e^{-2\lambda} - \frac{\tau}{\pi} c\right) \frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}}$$

$$x_4 = -\left(A\,e^{-2\lambda} - \frac{\tau}{\pi}c\right)\frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\frac{\pi}{\lambda}}\;e^{-\lambda}}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}}$$

Nach Verlauf der Zeit $t = 4\,\tau$ wird die Schwingung der Nadel durch erneuerte Einwirkung des momentanen Stromes wieder geändert; es wird zur Geschwindigkeit:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{\tau}\left(A\,e^{-2\lambda} - \frac{\tau}{\pi}c\right)e^{-2\lambda}$$

welche sie am Ende der Zeit $t = 4\,\tau$ haben würde, die Geschwindigkeit $(+\,c)$ hinzugefügt und dadurch bewirkt, dass die Nadel von nun an dieselbe Bewegung wieder erhält, als von Anfang für $t = 0$. Die Anfangsgeschwindigkeit aber war: $\frac{\pi}{\tau}A$. Es muss also beim Beharrungszustand sein:

$$\frac{\pi}{\tau}A = c + \frac{\pi}{\tau}\left(Ae^{-2\lambda} - \frac{\tau}{\pi}c\right)e^{-2}$$

woraus sich ergiebt:

$$c = \frac{\pi}{\tau}A\left(1 + c^{-2\lambda}\right)$$

Substituirt man diesen Werth in den obigen Ausdrücken für x_3 und x_4, so findet man:

$$x_3 = -\,x_1 \quad \text{und} \quad x_4 = -\,x_2$$

folglich:

$$a = x_1 - x_3 = \frac{2\;A\;e^{-\frac{\lambda}{\pi}\;arc\,tg\frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}}\;e^{-\lambda}$$

und:

$$b = x_4 - x_2 = \frac{2\,A\,e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}}\,e^{-\lambda}}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Daraus folgt dann ferner:

$$\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a\,b}} = \frac{2\,A\,e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}}\;\frac{1+e^{-2\lambda}}{e^{-\frac{1}{2}\lambda}}$$

Wenn man Zähler und Nenner mit $e^{\frac{1}{2}\lambda}$ multiplicirt, erhält man als Exponent von e den Ausdruck:

$$\frac{\lambda}{\pi}\left\{\frac{\pi}{2} - arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}\right\} = \frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\lambda}{\pi}$$

und sonach:

$$\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a\,b}} = \frac{2\,A\,e^{\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\lambda}{\pi}}}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}}\left(1+e^{-2\lambda}\right)$$

und wenn man den Werth von A in c einsetzt:

$$c = \frac{\pi}{2\,\tau}\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}\;\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a\,b}}\;e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\lambda}{\pi}}$$

Führt man T, die Schwingungsdauer ohne Dämpfung, ein, so ist (siehe Dämpfung S. 20):

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau}\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{\pi^2}}$$

und dann:

$$c = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{T}\,\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a\,b}}\;e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\lambda}{\pi}}.$$

Zugleich sieht man, dass:

$$\frac{a}{b} = e^{\lambda} \qquad \text{oder} \qquad \lambda = lg\,\frac{a}{b}$$

Bei geringerer Dämpfung kann man setzen:

$$c = \frac{\pi}{2\,T} \quad \frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a\;b}}$$

und bei sehr kleiner:

$$c = \frac{\pi}{2\,T}\,(a + b)$$

Anhang.

Elektrische Terminologie.

Zusammenstellung technischer Ausdrücke

in

deutscher, französischer und englischer Sprache.

NB. Zur Auffindung der einzelnen Ausdrücke dieser elektrotechnischen Wörter-Sammlung ist Folgendes zu berücksichtigen: Jede der drei Sprachen ist in einem fortlaufenden Alphabete aufgeführt, das in **fetter Schrift** gedruckt ist; die in der gleichen Zeile stehenden Ausdrücke in den beiden anderen Sprachen bilden die Uebersetzung hierzu und sind also beim Aufsuchen eines bestimmten Wortes nicht zu berücksichtigen. Sucht man z. B. das deutsche **Beleuchtung**, so findet man dieses in der **fett gedruckten** alphabetischen Reihenfolge der ersten Columne und in der gleichen Zeile an zweiter Stelle das französische **Eclairage**, an dritter das englische **Lighting.** Ebenso findet man das französische **Eclairage** in der fett gedruckten alphabetischen Reihenfolge der zweiten Columne und nebenstehend die deutsche und englische Uebersetzung. Auf diese Weise ist das Aufsuchen möglichst vereinfacht und Wiederholungen sind auf ein Minimum beschränkt.

Abfliessen (der Elektricität).	Ecouler.	Escape.
Ablenkung (der Magnetnadel).	Déviation.	Deflection.
Absolutes Mass	Mesure absolue	**Absolute measure.**
Abstossung	Répulsion	Repulsion.
Abweichung	Déclinaison	Declination.
Beschleunigung	**Accélération**	**Acceleration.**
Accumulator	**Accumulateur**	**Accumulator.**
Salpetersäure	**Acide nitrique**	Nitric acid.
Schwefelsäure	**Acide sulfurique**	Sulphuric acid.
Stahl	**Acier**	Steel.
Adiabatisch (Wärmelehre).	**Adiabatique**	**Adiabatic.**
Aequivalent	Equivalent	Equivalent.
Agens, elektrisches	**Agent électrique**	**Agent, electric.**
— **magnetisches**	— **magnétique**	— **magnetic.**
Lichtbüschel	**Aigrette lumineuse**	**Aigrette, luminous.**
Nadel, Magnetnadel	**Aiguille (magnétique)**	Needle.
Glockenmagnet	**Aimant à cloche**	Bell-magnet.
Hufeisenmagnet	**Aimant en fer à cheval**	Horse-shoe-magnet.
Alarmglocke	Trembleur	**Alarum,** Bell trembling.
Amboss (bei einem Inductions-Apparat).	Enclume	Anvil.
Bernstein	**Ambre**	**Amber.**
Amplitude	**Amplitude, arc d'oscillation.**	**Amplitude, arc of oscillation.**
Anhäufen	Accumuler	Accumulate.
Anker (am Hufeisenmagnet).	**Ancre.**	**Anchor.**

Anordnung (der Elektricität).	Distribution	Distribution.
Ansammlungs - Apparat (für Elektricität).	Condensateur	Condenser.
Anziehung	Attraction	Attraction.
Aperiodisch (Galvanometerschwingung).	**Apériodique**	**Aperiodic.**
Arbeit	Travail	Work.
Lichtbogen	**Arc voltaique**	**Arc voltaic.**
Argentan	**Argent d'Allemagne** . .	German silver.
Versilberung	**Argenture**	Silvering.
Armirung (eines Magnets).	**Armature**	**Armature.**
Astatisch (Magnetnadel)	**Astatique**	**Astatic**
Anziehung	**Attraction**	**Attraction.**
Auflösung	Solution, Dissolution .	Solution, Dissolution.
Aufrufen (Telegraph) .	Contre-appel	Counter-signal.
Ausbreitung (d. Stromes)	Diffusion	Dispersion.
Auseinandergehen (der Blättchen des Elektroskops).	Diverger	Diverge.
Auslader (für Elektricität).	Déchargeur, Excitateur .	Discharger.
Ausschlag (Magnetnadel)	Elongation	Elongation.
Ausströmen (Elektricität).	Ecouler	Flow out.
Rückstrom	Retournement du courant	**Back-current.**
Besen (Dynamomaschine)	**Balais**	Brush.
Drehwage	**Balance de torsion** . .	Coulomb's **Balance.**
Batterie (Reihe galvanischer Elemente).	**Batterie**	**Battery.**
Beharrungszustand . .	Permanence	Permanency.
Belegung (Leydener Flasche).	Garniture	Coating.
Beleuchtung	Eclairage	Lighting.
Glockenmagnet . . .	Aimant à cloche . . .	**Bell-magnet.**
Alarmglocke	Trembleur	**Bell trembling.**

Bernstein	Ambre	Amber.
Beschleunigung . . .	Accélération	Acceleration.
Besen (bei der Dynamo-maschine).	Balais	Brush.
Biegung	Flexion	Flexion.
Bifilar	**Bifil**	**Bifilar.**
Klemmschraube . . .	Vis de pression . . .	**Binding screw.**
Blasen (elektrisches) .	Vent électrique . . .	Electric wind.
Blei	Plomb	Lead.
Bleihyperoxyd	Deutoxyde, Peroxyde de Plomb.	Deutoxyde, Peroxyde of Lead.
Bleioxyd	Protoxyde de Plomb .	Protoxyde of Lead.
Blitz	Eclair	Lightning.
Rolle, Spule	**Bobine**	**Bobbin.**
Bogen (voltaischer) . .	Arc voltaique	Arc voltaic.
Bogenlicht	Lumière voltaique . .	Arc light.
Gehäuse, Kasten . . .	**Boîte**	**Box.**
Widerstandskasten . .	**Boîte de résistance** . .	**Box of resistance.**
Reisszeug	**Boîte de mathématique**	Mathematical box.
Stöpsel	**Bouchon**	Plug.
Kerze	**Bougie**	Candle.
Bremse (Dynamometer von Prony).	Frein	**Brake.**
Verzweigung (des galvanischen Stromes).	Embranchement . . .	**Branching off.**
Messing	Laiton	**Brass.**
Brücke (Wheatstone) .	Pont	**Bridge.**
Helligkeit	Clarté	**Brightness.**
Metallbürste	**Brosse métallique** . .	Metallic brush.
Lichtbüschel	Aigrette	**Brush, luminous.**
Besen	Balais	**Brush (of the Dynamo-machine).**
Bussole (Sinus-, Tangenten-).	**Boussole**	Compass, Galvanometer.
Leydner Flasche . . .	**Bouteille de Leyde** . .	Leyden jar.
Kabel	**Cable**	**Cable.**
Harzkuchen	Gâteau de résine . . .	**Cake of resin.**

Wärme-Einheit . . .	**Calorie**	Unit of heat.
Kerze.	Chandelle	**Candle.**
Kautschuk	**Caoutschouc**	India rubber.
Capacität (für Elektricität).	**Capacité**	**Capacity.**
Galvanisches Element .	Element galvanique, couple.	**Cell galvanic.**
Mittellinie	Ligne médiane . . .	**Centre-line.**
Feld, magnetisches oder elektrisches.	**Champ magnétique ou électrique.**	Field magnetic or electric.
Kerze	**Chandelle**	Candle.
Ladung	**Charge**	**Charge.**
Pferdekraft	**Cheval-vapeur** . . .	Horse-power.
Stromkreis, Stromlauf .	**Circuit**	**Circuit.**
— geschlossen .	— **complet** . . .	— **closed.**
Heiligkeit	**Clarté**	**Clairness.**
Schlüssel	**Clef**	Key.
Uhrwerk	Horlogerie	**Clock-work.**
Geschlossen	Fermé	**Closed.**
Scheidewand	**Cloison**	Partition.
Belegung	Garniture	**Coating (of Leyden Jar)**
Coërcitivkraft	Force coërcitive . . .	**Coërcive force.**
Rolle, Spule, Umwicklung.	Bobine	**Coil.**
Spitzenkamm	Peigne	**Comb(Electric machine)**
Commutator	**Commutateur,** Gyrotrope	**Commutator.**
Bussole	Boussole	**Compass.**
Windrose	Rose des verts . . .	**Compass-card.**
Magnetisches Magazin .	Faisceau aimanté . . .	**Compound magnets.**
Condensator	**Condensateur, Condenseur.**	**Condenser.**
Leitungsfähigkeit . . .	**Conductibilité,** . . .	**Conductivity.**
Conductor	**Conducteur**	**Conductor.**
Leiten	**Conduire**	Convey.
Erhaltung der Energie .	**Conservation de l'énergie**	**Conservation of energy.**
Gegenmutter	**Contre-écrou**	**Counter-nut.**
Aufrufer	**Contre-appel**	**Counter-signal.**
Gegenstrom	**Contre-courant** . . .	**Counter-current.**

Copirtelegraph	Pantélégraphe	**Copying-telegraph.**
Kern, Inneres (eines Kabels).	Cœur	**Core.**
Kräftepaar, auch galvanisches Element.	**Couple**	**Couple.**
Strom (galvanischer)	**Courant**	**Current.**
Reibzeug (Elektrisirmaschine).	**Coussinet**	Rubber.
Dämpfer	Etouffoir	**Damper**
Strich (Morse-Telegraph)	Trait	**Dash.**
Aperiodisches Galvanometer.	Galvanomètre apériodique.	**Dead-bead-Galvanometer.**
Entladung	**Décharge**	Discharge.
Declination	**Déclinaison**	**Declination.**
Zersetzung	**Décomposition**	**Decomposition.**
Drahtbericht	**Dépêche télégraphique**	Telegraphic Dispatch.
Ablenkung	**Deviation**	**Deflection.**
Zeigertelegraph	Télégraphe à cadran	**Dial Telegraph.**
Diamagnetisch	**Diamagnétique**	**Diamagnetic.**
Dichtigkeit, Dichte	**Densité**	**Density.**
Entmagnetisiren	**Desaimanter**	**Demagnetize.**
Ausbreitung (d Stromes)	**Diffusion**	**Dispersion,** Spreading.
Verdünnt	**Diloué**	**Diluted.**
Inclination, Neigung	Inclinaison	**Dip (of magnet).**
Directionskraft	Force de direction	**Directive action.**
Entladung	Décharge	**Discharge.**
Drahtbericht	Dépêche	**Dispatch telegraphic.**
Auflösung	**Dissolution**	**Dissolution.**
Vertheilung (einer elektrischen Ladung).	**Distribution**	**Distribution.**
Divergiren	**Diverger**	**Diverge.**
Doppelnadel	Aiguille double	**Double needle.**
Doppelstrich (beim Magnetisiren).	**Double-touche**	**Double contact.**
Vergoldung	**Dorure**	Gilding.
Punkt (beim Morse-Telegraph).	Point	**Dot.**

Draht (Telegraphen-)	Fil	Wire.
Drahtbericht	Dépêche télégraphique	Telegraphic Dispatch.
Drahtbürste	Pinceau en fils métalliques.	Wire-Brush.
Drahtleitung	Ligne, Circuit télégraphique.	Telegraph-wire, line
Drehmoment	Moment	Moment.
Drehwage	Balance de torsion	Coulomb's Balance.
Drucktelegraph	Télégraphe imprimeur	Printing Telegraph, Typeprinter.
Trockene Säule	Pile séche	**Dry pile.**
Dynamisch	**Dynamique**	**Dynamical.**
Dynamomaschine	Machine Dynamoélectrique.	**Dynamo-machine.**
Dynamometer	**Dynamomètre**	**Dynamometer.**
Erdinductor	Inducteur terrestre	**Earth-inductor.**
Ebonit	Caoutchouc durci	Indurated India-Rubber.
Blitz	**Eclair**	Lightning.
Beleuchtung	**Eclairage**	Lighting.
Ausströmen	**Ecouler (électricité)**	Flow out.
Flügelschraube	**Ecrou ailé**	Winged nut.
Nutzeffect	**Effet utile**	Useful effect.
Einheit	Unité	Unit.
Elasticität	**Elasticité**	**Elasticity.**
Elasticitätsmodul	Module d' élasticité	Modul of Elasticity.
Elektricität	**Electricité**	**Electricity.**
— Glas- oder positive.	**— vitreuse ou positive.**	**— vitreous or positif.**
— Harz- oder negative.	**— résineuse ou négative.**	**— resineous or negatif.**
Elektrisirmaschine	Machine électrique	**Electrical machine.**
Elektrode	**Electrode**	**Electrode.**
Elektrodynamik	**Electrodynamique**	**Electrodynamics.**
Elektrolyse	**Electrolyse**	**Electrolysis.**
Elektromagnet	**Electroaimant**	**Electromagnet.**
Elektrometer	**Electromètre**	**Electrometer.**

Elektromotor (jede Elektricitätsquelle).	**Electromoteur** . . .	**Electromotor.**
Elektromotorische Kraft	Force électromotrice .	**Electromotive Force.**
Elektrostatik	**Electrostatique** . . .	**Electrostatics.**
Element (galvanisches).	**Elément galvanique. Couple.**	Galvanic Cell, Element.
Elfenbein	Ivoir	Ivory.
Schwingungsweite, Ausschlag.	**Elongation**	**Elongation.**
Verzweigung	**Embranchement** . . .	Branching.
Empfänger (Telegraph und Telephon).	Récepteur	Receiver.
Ambos	**Enclume**	Anvil.
Entlader	Déchargeur, Excitateur .	Discharger.
Entladung	Décharge	Discharge.
Entmagnetisiren . . .	Désaimanter	Demagnetize.
Entweichen (der Elektricität).	Ecouler, Dissiper . . .	Escape.
Niveaufläche	Surface de niveau . .	**Equipotential surface.**
Aequivalent	**Equivalent**	**Equivalent.**
Erd-Inductor	Inducteur terrestre . .	Earth-inductor.
Erdmagnetismus . . .	Magnétisme terrestre .	Terrestrial Magnetism.
Erdstrom	Courant terrestre . . .	Terrestrial current.
Erhaltung der Energie .	Conservation de l'énergie	Conservation of energy.
Entweichen	Ecouler	**Escape.**
Normalmass	**Etalon**	Standard.
Graduirt (von einem Galvanometer.	**Etalonné, Gradué** . .	Graded.
Funke	**Etincelle**	Spark.
Dämpfer	**Etouffoir**	Damper.
Extrastrom	**Extra-courant**	**Extra-current,** Induction of current on it-self.
Magnetisches Magazin .	**Faisceau aimanté** . .	Compound magnets.
Gefälle	Pente	**Fall (of potential).**
Farbschreiber	Télégraphe écrivant . .	Ink-writer.
Feder	Ressort	Spring.
Fehler (in der Leitung)	Défaut	**Fault.**

Feld, magnetisches oder elektrisches.	Champ magnétique ou électrique.	**Field, magnetic or electric.**
Feldtelegraph	Télégraphe militaire .	Military, Field-telegraph
Fernrohr	Télescope, Lunette . .	Telescope.
Staniol	**Feuille d'étain**	Tin-foile.
Goldblatt	**Feuille d'or**	Gold leaf.
Draht	**Fil**	Wire.
Fixpunkt	Point de départ . . .	Starting point.
Flasche, Leydener . .	Bouteille de Leyde . .	Leyden jar.
Biegung	**Flexion**	**Flexion.**
Ausströmen	Ecouler	**Flow out.**
Flügelschraube . . .	Ecrou ailé	Winget nut.
Flugrad, Windfang . .	Volant	**Fly-wheel.**
Flüssigkeit	**Fluide**	**Fluidum, Fluid.**
Coërcitivkraft	**Force coërcitive** . . .	Coërcive force.
Elektromotorische Kraft	**Force électromotrice** .	Electromotive Force.
Lebendige Kraft . . .	**Force vive**	Vis viva.
Lichtherd	**Foyer lumineux** . . .	**Focus luminous.**
Zaum, Bremse (v. Prony)	**Frein**	Brake.
Reibung	**Friction, Frottement** .	**Friction.**
Reiben	**Frotter**	Rub.
Reibzeug	**Frottoir**	Rubber.
Funke (elektrischer) .	Etincelle	Spark.
Galvanische Säule . .	Pile galvanique . . .	**Galvanic pile.**
Galvanischer Strom.	Courant galvanique . .	**Galvanic current.**
Galvanometer	**Galvanomètre**	**Galvanometer.**
Galvanoplastik . . .	**Galvanoplastic** ou Electrometallurgie.	**Galvanoplastics** or Electrometallurgy.
Ganghöhe (einer Schraube).	Pas	Pitch.
Belegung (der Leydener Flasche).	**Garniture**	Coating.
Gaslicht	Lumière de gaz, . . .	**Gas-light.**
Gasmaschine	Moteur à gaz, ...	**Gas-motor, Gas-engine.**
Harzkuchen	**Gâteau de résine** . .	Cake of resin.
Gebrochen (von einer Telegraphenlinie).	Déchiré	Broken.

Gefälle (des Potentials)	Pente	Fall of potential.
Gegenmutter	Contre-écrou	Counter-nut.
Gegenstrom	Contre-courant . . .	Counter-current.
Gehäuse	Boîte	Box.
Wärmeeinheit	Calorie	**Heat, unit of.**
Geladen	Chargé	Charged.
Neusilber	Argentan	**German silver.**
Geschichtet (vom elektrischen Licht).	Stratifié	Stratified.
Geschlossen (Strom) .	Fermé, circuit complet .	Circuit closed.
Glas-Elektricität . . .	Electricité vitreuse . .	Vitreous Electricity.
Gleichgewichtsfläche .	Surface de niveau . .	Equipotential surface.
Gleichnamig verbunden (von galvanischen Elementen).	Joint en quantité. . .	Cells joined in a multiple arc or parallel.
Vergoldung	Dorure	**Gilding.**
Glockenmagnet . . .	Aimant à cloche . . .	Bell-magnet.
Glühlampe	Lampe à incandescence	**~~Glow-lamp.~~**
Goldblatt	Feuille d'or	**Gold leaf.**
Graduirt (vom Galvanometer).	Etalonné	**Graded.**
Schutzring	Anneau isolant . . .	**Guard-ring.**
Stromwechsler	**Gyrotrope**	Commutator.

Härtung (des Eisens) .	Trempe	Tempering.
Harzelektricität . . .	Electricité résineuse . .	Resineous Electricity.
Harzkuchen	Gâteau, Pain de résine .	Cake of resin.
Hauptsatz (Wärmetheorie).	Théorème principal . .	Fundamental Principle.
Herd (des Lichtes) . .	Foyer	**Hearth.**
Schraubendraht (Elektrodynamik).	**Hélice**	**Helix.**
Helligkeit	Clarté	Clearness, Brightness.
Hintereinander verbunden (von galvanischen Elementen).	Joint en tension . . .	Joined in series, for intensity.
Hollundermark . . .	Moëlle de sureau . . .	Pith.
Uhrwerk	**Horlogerie**	Clock-work.

Hülle, isolirende . . .	Enveloppe	Case, box.
Pferdekraft	Cheval-vapeur	**Horse-power.**
Hufeisenmagnet . . .	Aimant en fer à cheval	**Horse-shoe-magnet.**
Wasserstoff	**Hydrogène**	**Hydrogen.**
Leydener Flasche . .	Bouteille de Leyde . .	**Jar.**
Inclination	**Inclinaison**	**Inclination, Dip.**
Kautschuk	Caoutchouc, Gomme élastique.	**India Rubber.**
Induciren	**Induire**	**Induce.**
Induction	**Induction**	**Induction.**
Inductions-Apparat . .	Appareil d'induction . .	**Inductorium.**
Inductionsrolle . . .	Bobine d'induction . .	**Induction-bobbin.**
Inductionsstrom . . .	Courant induit . . .	**Induced current.**
Influenz	**Influence**	**Induction, Influence.**
Influenzmaschine . . .	Machine de Holtz . .	**Inductive machine.**
Farb-schreiber (Telegraph).	Télégraphe écrivant . .	**Ink-writer.**
Isolirung	Isolation	**Insulation.**
Isolator	Isolateur	**Insulator.**
Intensität	**Intensité**	**Intensity.**
Selbstunterbrecher . .	**Interrupteur automatique.**	**Interruptor, selfacting.**
Neben einander verbunden.	**Joint en quantité.** . .	**Joined in a multiple arc or parallel.**
Hinter einander verbunden.	**Joint en tension, en série.**	**Joined in series, for intensity.**
Isodyname	**Isodynamique**	**Isodynamic line.**
Isogone	**Isogone**	**Isogonic line.**
Isokline	**Isocline**	**Isoclinic line.**
Isolirung	**Isolation**	Insulation.
Isolirschemel	Tabouret à pieds isolants	**Isolating-stool.**
Elfenbein	**Ivoire**	**Ivory.**
Kabel	Câble	Cable
Kabeltelegramm . . .	Télégramme soumarin .	Cablegram.
Kautschuk	Caoutchouc	India rubber.
Kern (eines Kabels) .	Cœur, Noyau	Core.

Kerze	Bougie, Chandelle . .	Candle.
Kette	Elements joints en quantité, Pile en quantité	Cells joined in a multiple arc or parallel.
Schlüssel (zum Schliessen und Oeffnen des Stromes).	Clef	**Key.**
Klemmschraube . . .	Vis de pression . . .	Binding-screw.
Klopfer (Telegraph) .	Sonneur	Sounder.
Kohle	Charbon	Coal.
Kräftepaar	Couple de forces . . .	Couple of forces.
Kraftlinie	Ligne de force . . .	Line of force.
Kraftübertragung . . .	Transport électrique de la force.	Transport of force
Kupfervitriol	Sulfate de cuivre . . .	Sulphat of copper.
Schleife	**Lacet**	Loop.
Laden	Charger	Charge.
Ladung	Charge	Charge.
Messing	**Laiton**	Brass.
Glühlampe	**Lampe à incandescence**	~~Glow~~-lamp.
Läutwerk	Sonnerie électrique . .	Ringing-bell.
Blei	Plomb	**Lead.**
Verlust	Déperdition	**Leakage of Electricity.**
Lebendige Kraft . . .	Force vive	Vis viva.
Leiten	Conduire	Convey.
Leiter	Conducteur	Conductor.
— **guter**	— bon . . .	— good.
— **schlechter** . . .	— mauvais . .	— bad.
— **Nicht-**	— Non-	— Non-.
Leitung	Circuit, Ligne	Circuit, Line.
— **oberirdische** .	Conduite aërienne . .	Overland wire.
— **unterirdische** .	— souterraine .	Underground wire.
— **unterseeische** .	— soumarine . .	Submarine cable.
Leitungsdraht	Fil de ligne	Wire.
Leitungsfähigkeit . .	Conductibilité	Conductibility.
Richtwage	Niveau	**Level.**
Lichtbogen	Arc voltaique	Arc voltaic.
Lichtbüschel	Aigrette lumineuse . .	Luminous aigrette.

Licht, elektrisches	Lumière électrique	**Light, electric.**
Beleuchtung	Eclairage	**Lighting.**
Blitz	Eclair	**Lightning.**
Lichtherd	Foyer lumineux	Focus.
Lichtmesser	Photomètre	Photometer
Mittellinie	**Ligne médiane**	Centre-line.
Linie (Telegraphen-)	**Ligne télégraphique**	**Line telegraphic.**
Kraftlinie	Ligne de force	**Line of force.**
Niveaulinie	**Ligne de niveau**	Equipotential line.
Schleife (beim galvanischen Strom).	Lacet	**Loop.**
Lösung	Solution	Solution.
Löthstelle (Thermoelektricität).	Soudure	Soldering, Junction.
Luftlinie	Fil télégraphic suspendu	Carried wire.
Elektrisches Licht	**Lumière électrique**	Electric light.
Fernrohr	**Lunette**	Telescop.
Dynamomaschine	**Machine dynamoélectrique.**	Dynamo-machine.
Elektrisirmaschine	**Machine électrique**	Electrical machine.
Magnetelektrische Maschine.	— **magnétoélectrique.**	Magnetoelectric machine.
Magazin (magnetisches)	Faisceau aimanté	Compound Magnets, Magnetic magazine.
Magnet, natürlicher	Aimant naturel	**Magnet native.**
— **künstlicher**	— artificiel	**Magnet artificial.**
Magnetelektrische Maschine.	Machine magnétoélectrique.	**Magnetoelectric machine.**
Magnetische Kraft	Force magnétique	**Magnetic force.**
Magnetisches Moment	Moment magnétique	**Magnetic Moment.**
Magnetisiren	Aimanter	**Magnetize.**
Magnetismus	**Magnétisme**	**Magnetism.**
Magnetnadel	Aiguille aimantée	**Magnetic Needle.**
Magnetstab	Barreau magnétique, Barre.	**Magnetic Bar.**
Magnetstein	Pierre d'aimant	Load-stone.
Mass	Mesure	Measure.

Menge (Magnetismus oder Elektricität).	Quantité	Quantity.
Mennige	Plomb minium . . .	Red lead.
Messing	Laiton	Brass.
Absolutes Mass . . .	**Mesure absolue** . . .	Absolute Measure.
Metallbürste (Dynamomaschine).	Brosse métallique . .	Wire brush, metallic brush.
Zurückwerfungsmethode	**Methode de renvoi** . .	**Methode of recoil.**
Spiegelgalvanometer . .	Galvanomètre à miroir .	**Mirror Galvanometer.**
Missweisung (Magnetnadel).	Déclinaison	Declination.
Mittellinie	Ligne médiane . . .	Centre-line.
Elasticitätsmodul . . .	**Module d'élasticité** . .	**Modul of Elasticity.**
Hollundermark . . .	**Moëlle de sureau** . .	Pith.
Moment (magnetisches)	**Moment magnétique** .	**Moment, magnetic.**
Trägheitsmoment . .	**Moment d'inertie** . .	**Moment of inertia.**
Gasmaschine	**Moteur à gaz**	Gas-motor.

Nadel (Magnet-) . . .	Aiguille	**Needle.**
Nadeltelegraph . . .	Télégraphe à aiguille .	**Needle telegraph.**
Nebeneinander verbunden (von galvanischen Elementen).	Joint en quantité . . .	Joined in a multiple arc or parallel.
Nebenentladung . . .	Décharge secondaire .	Secondary Discharge.
Nebenschluss	Courant secondaire . .	Shunt.
Neigung (der Magnetnadel).	Inclinaison	Dip, Inclination.
Neusilber	Argentan	German silver.
Neutral	**Neutre**	**Neutral.**
Nichtleiter	Non-conducteur . . .	Non-Conductor.
Richtwage	**Niveau**	Level.
Salpetersäure	Acide nitrique . . .	**Nitric acid.**
Niveaufläche	Surface de niveau . .	Equipotential surface.
Niveaulinie	Ligne de niveau . . .	Equipotential line.
Nordpol	Pôle Nord, boréal . .	**North pole.**
Normalmass	Etalon	Standard.
Nutzeffect	Effet utile, Rendement .	Useful effect, Return.

Schwingung	**Oscillation**	**Oscillation.**
Oberirdische Leitung .	Conduite aërienne . .	**Overland wire.**
Sauerstoff	**Oxygène**	**Oxygen.**
Copirtelegraph . . .	**Pantélégraphe**	Copying Telegraph.
Scheidewand (in einem galvanischen Element)	Cloison.	**Partition.**
Ganghöhe	**Pas**	Pitch.
Spitzenkamm (Elektrisirmaschine).	**Peigne**	Comb.
Gefäll	**Pente (du potentiel)** .	Fall.
Beharrungszustand . .	**Permanence, Etat de** .	**Permanency.**
Pferdekraft	Cheval-vapeur	Horse-power.
Lichtmesser	**Photomètre**	**Photometer.**
Säule, galvanische . .	**Pile**	**Pile.**
Trockene Säule . . .	**Pile sèche**	**Dry Pile.**
Pinsel (Metall-) . . .	**Pinceau**	Brush.
Ganghöhe	Pas.	**Pitch.**
Hollundermark . . .	Moëlle de sureau . .	**Pith.**
Probescheibe	**Plan d'épreuve** . . .	Proof-plane.
Blei	**Plomb**	Lead.
Mennige	**Plomb minium** . . .	Red Lead.
Stöpsel	Bouchon, Tampon . .	**Plug.**
Punkt	**Point (Alphabet de Morse).**	Dot.
Pol, Süd-, Nord- . . .	**Pôle, austral, boréale** .	**Pole, South-, North-.**
Polarisation	**Polarisation**	**Polarisation.**
Brücke	**Pont (Wheatstone)** . .	Bridge.
Telegraphenstange . .	**Poteau télégraphique** .	Telegraph Pole.
Potential	**Potentiel**	**Potential.**
Spitzenwirkung . . .	**Pouvoir des pointes** .	**Power of points.**
Primäre Rolle (Inductorium).	Bobine primaire . . .	**Primary Coil.**
Drucktelegraph . . .	Télégraphe imprimeur .	**Printing Telegraph.**
Probescheibe	Plan d'épreuve . . .	**Proof plane.**
Punkt (Morse-Alphabet)	Point	Dot.
Quadrantenelektrometer	Electromètre à Quadrants.	**Quadrant Electrometer.**

Menge (Magnetismus od. Elektricität).	**Quantité**	**Quantity.**
Quelle	Source	Source.
Querschnitt	Section transversale	Section.
Verbindung	**Raccordement**	Joint.
Strahlung (der Wärme)	**Radiation, Rayonnement**	**Radiation.**
Empfänger (Telegraph u. Telephon).	**Recepteur**	**Receiver.**
Mennige	Plomb minium	**Red lead.**
Reductionsfactor (des Galvanometers).	Coëfficient de Réduction.	**Reduction-Coëfficient.**
Regulator	**Régulateur**	**Regulator.**
Reibung	Friction, Frottement	Friction, Rubbing.
Reibungsmaschine	Maschine électrique à friction.	Common or Frictional electrical machine.
Reibzeug	Coussinet, Frottoir	Rubber.
Reisszeug	Boîte de mathématiques	~~Mathematical~~ Box.
Kleine Influenzmaschine zum Laden eines Elektrometers.	Petite machine à influence.	**Replenisher.**
Remanent	**Remanent**	**Residual.**
Nutzeffect	**Rendement**	**Return.**
Abstossung	**Répulsion**	**Repulsion.**
Widerstand	**Résistance**	**Resistance.**
Harz-Elektricität	Electricité résineuse	**Resinous Electricity.**
Feder	**Ressort**	Spring.
Richtkraft (magnetische)	Force de Direction	Direction-force.
Richtwage	Niveau	Level.
Läutwerk	Sonnerie électrique	**Ringing-bell.**
Rolle (Inductions-)	Bobine	Bobbin, Coil.
Windrose	**Rose du vents**	Compass-card.
Reiben	Frotter	**Rub.**
Reibzeug, Reibkissen	Coussinet, Frottoir	**Rubber.**
Rückstrom	Retournement du courant	Back-current.
Salpetersäure	Acide nitrique, azotique	Nitric, azotic acid.
Sättigung (mit Magnetismus).	**Saturation**	**Saturation.**

Sauerstoff	Oxygène . . . , . .	Oxygen
Säule (galvanische Elemente hintereinander)	Pile en tension . . .	Galvanic cells joined for intensity.
Scheibenmaschine . .	Machine électrique à plateau	Plate-electrical-machine.
Scheidewand (in galvanischen Elementen).	Cloison, Diaphragme .	Partition, Diaphragme.
Schenkel (Dynamomaschine).	Electroaimant induisant.	Field magnet.
Schichtung (elektrisches Licht).	Stratification	Stratification.
Schlagweite	Distance explosive . .	Striking distance.
Schlagwerk	Sonnerie	Clock-work.
Schleife (Strom-) . .	Lacet	Loop.
Schlüssel (Telegraphie)	Clef	Key.
Schraube	Vis	Screw.
— **ohne Ende** .	Vis sans fin	Screw endless.
Schraubendraht . . .	Hélice	Helix.
Schraubenganghöhe . .	Pas	Pitch.
Schraubenmutter . . .	Vis femelle	Female screw.
Schraubenspindel . .	Vis mâle	Male screw.
Schraubenverbindung .	Raccord à vis	Joining by screws.
Schreibtelegraph . . .	Télégraphe écrivant . .	Writing Telegraph.
Schutzring	Anneau isolant . . .	Guard-ring.
Schwefelsäure . . .	Acide sulfurique . . .	Sulphuric acid.
Schwingung (d. Pendels, des Magnets u. s. w.).	Oscillation	Swinging.
Schwingungsbogen . .	Amplitude, Arc d'oscillation.	Amplitude, Arc of oscillation.
Schwingungsweite . .	Elongation	Elongation.
Schwingungszeit . . .	Temps d'oscillation . .	Time of oscillation.
Schwungkraft	Force centrifuge . . .	Centrifugal force.
Schraube	Vis	**Screw.**
Endlose Schraube . .	Vis sans fin	**Screw endless.**
Mutterschraube . . .	Vis femelle	**Screw female.**
Schraubenspindel . . .	Vis mâle	**Screw male.**
Secundär (Maschine, Rolle u. s. w.).	**Secondaire**	**Secondary.**

Querschnitt	**Section transversale** .	**Section.**
Selbstunterbrecher . .	Interrupteur automatique	Automatic Interruptor.
Nebenschluss, Zweigleitung.	Courant secondaire . .	**Shunt.**
Siemens-Einheit . . .	Unité de Siemens . .	**Siemens Unity.**
Zischen des Lichtbogens	**Sifflement de l'arc voltaique.**	Hissing of the voltaic arc.
Versilberung	Argenture	**Silvering.**
Sinusbussole	Boussole de sinus . .	**Sine galvanometer.**
Weiches Eisen . . .	Fer doux	**Soft iron.**
Lõthstelle	Soudure	**Soldering.**
Solenoid	**Solénoide**	**Solenoid.**
Lõsung	**Solution**	**Solution.**
Klopfer	**Sonneur**	**Sounder.**
Läutwerk	**Sonnerie électrique** . .	Ringing Bell.
Lõthstelle	**Soudure**	Soldering.
Quelle (der Elektricität)	**Source**	**Source.**
Spannung	Tension	Tension.
Spannungsreihe . . .	Série électromotrice . .	Electromotive serie
Schnelligkeit (beim Telegraphiren).	Vitesse.	**Speed.**
Spiegelbeobachtung . .	Observation par miroir	Mirror method.
Spiegelgalvanometer .	Galvanomètre à miroir	Mirror galvanometer.
Windung	**Spire**	Winding.
Spitzenkamm (Elektrisirmaschine)	Peigne	Comb.
Spitzenwirkung . . .	Pouvoir des pointes . .	Power of points.
Feder	Ressort	**Spring.**
Spule (Draht-) . . .	Bobine	Bobbin, Coil.
Stabmagnet	Barre aimantée . . .	Bar magnet.
Stärke	Intensité	Intensity, Strength
Normalmass	Etalon	**Standard.**
Stahl	Acier	**Steel.**
Staniol	Feuillet d'étain . . .	Tin-foile.
Fixpunkt, Ausgangspunkt	Point de départ . . .	**Starting point.**
Statisch	**Statique**	**Static.**
Stöpsel (zum Stromschliessen u. Oeffnen).	Bouchon, Tampon . .	Plug.

Störung (magnetische)	Variation	Variation.
Strahlung	Radiation	Radiation.
Geschichtet (elektrisches Licht).	**Stratifié**	**Stratified.**
Streichen (Magnet)	Aimanter	Touch.
Stärke	Intensité	**Strength.**
Strich (Morse - Telegraph).	Trait	Dash.
Strom	Courant	Current.
— **öffnen**	— ouvrir	— break, open.
— **schliessen**	— fermer	— close.
Stromlinie	Fil du courant	Lines of flow.
Stromrichtung	Direction du courant	Setting of the current.
Stromunterbrecher	Interrupteur	Interruptor.
Stromwechsler	Commutateur, Gyrotrope	Commutator.
Unterseeische Leitung	Conduite soumarine	**Submarine cable.**
Kupfervitriol	**Sulfate de cuivre**	**Sulphate of copper.**
Zinkvitriol	**Sulfate de zinc**	**Sulphate of zinc.**
Schwefelsäure	Acide sulfurique	**Sulphuric acid.**
Südpol	Pole austral	South Pole.
Niveaufläche	**Surface de niveau**	Equipotential sulface.
Schwingung	Oscillation	**Swinging (of a magnet).**
Tangenten-Bussole	Boussole de tangentes	**Tangent galvanometer.**
Kabeltelegramm	**Télégramme soumarin**	Cablegram
Zeigertelegraph	**Télégraphe à aiguille**	Needle Telegraph.
Zeigertelegraph	**Télégraphe à cadran**	Dial Telegraph.
Drucktelegraph	**Télégraphe imprimeur**	Printing Telegraph.
Telegraphenkabel	Câble	Cable.
Telegraphenleitung	Ligne, Circuit télégraphique.	Line, Circuit of Telegraph.
Telegraphenlinie	Ligne télégraphique	Telegraph-Line.
Telegraphenstange	Poteau télégraphique	**Telegraph-Pole.**
Härten	Tremper	**Tempering (of iron).**
Spannung	**Tension**	**Tension.**
Wärme-Aequivalent der Arbeit.	Equivalent calorique du travail.	**Thermal equivalent of work.**
Thermoelektricität	**Thermoelectricité**	**Thermoelectricity.**

Staniol, Zinnfolie . .	Feuilles d'étain . . .	**Tin-foile.**
Torsionswage	Balance de torsion . .	Coulomb's Balance.
Torsionsgalvanometer .	Galvanometer à torsion	Torsion-Galvanometer.
Tourenzähler	Indicateur des tours .	Counter of Revolutions.
Trägheitsmoment . .	Moment d'inertie . . .	Moment of inertia.
Strich	**Trait (Télégraphe)** . .	Dash.
Uebertrager (Telegraph)	**Translateur, Transmetteur.**	**Translator, Transmitter.**
Kraftübertragung . . .	**Transport de la force** .	**Transport of force.**
Arbeit	**Travail**	Work.
Alarmglocke	**Trembleur**	Alarum.
Härten (des Eisens) . .	**Tremper (le fer)** . .	Tempering.
Trockene Säule . . .	Pile sèche	Dry pile.
Trogapparat	Pile à auges	Trough-pile.
Typendrucktelegraph .	Télégraphe imprimeur .	Printing Telegraph.
Uebertrager (beim Telegraphiren).	Translateur, Transmetteur.	Translator, Transmitter.
Uhrwerk	Horlogerie	Clock-work.
Umschalter	Gyrotrope	Commutator.
Unterirdische Leitung . .	Conduite souterraine .	**Underground wire.**
Ungleichnamig verbunden (von galvanischen Elementen)	Joint en tension . . .	Joined in series.
Einheit	**Unité**	**Unity.**
Unterbrecher	Interrupteur	Contact-breaker.
Blasen (elektrisches) .	**Vent électrique** . . .	Electric wind.
Verbindung (von Drähten)	Raccordement	Joint.
Verdünnt	Diloué	Dilated.
Vergoldung	Dorage	Gilding.
Verlust (an Elektricität)	Déperdition	Leakage, Loss.
Versilberung	Argenture	Silvering.
Verstärkungszahl . . .	Rapport d'Accumulation	Condensing force.
Vertheilung (der Elektricität)	Distribution	Distribution.
Verzweigung	Embranchement . . .	Branching.

Schraube	**Vis**	Screw.
Schraubenmutter . . .	**Vis femelle**	Female screw.
Schraubenspindel . . .	**Vis mâle**	Male Screw.
Klemmschraube . . .	**Vis de pression** . . .	Binding-Screw.
Schraube ohne Ende .	**Vis sans fin**	Screw endless.
Glaselektricität . . .	Electricité vitreuse . .	**Vitreous Electricity.**
Windfang	**Volant**	Fly-wheel.
Wärme-Aequivalent	Equivalent de la chaleur	Equivalent of heat.
Wärme-Einheit . . .	Caloric, unité de chaleur	Caloric, Unit of heat.
Wärmequelle	Source de chaleur . .	Sources of heat.
Wärmestrahlung . . .	Rayonnement, Radiation	Radiation.
Wärmewirkung . . .	Travail de la chaleur .	Work of heat.
Wasserstoff	Hydrogène	Hydrogen.
Weiches Eisen . . .	Fer doux	Soft iron.
Widerstand	Résistance	Resistance.
Widerstandskasten . .	Boîte de résistance . .	Box of resistances.
Wind (elektrischer) . .	Vent électrique . . .	Electric wind.
Windfang	Volant	Fly-wheel.
Windrose	Rose des vents . . .	Compass-card.
Windung (Draht-) . .	Spire	**Winding.**
Flügelschraube . . .	Ecrou ailé	**Winget nut.**
Wippe	Commutateur, Gyrotrope	**Wippe.**
Draht	Fil	**Wire.**
Drahtbürste	Pinceau en fils métalliques.	**Wire brush.**
Wirkung	Effet, Travail	Effect, Work.
Arbeit	Travail	**Work.**
Zähler	Compteur	Counter.
Zaum (Prony) . . .	Frein	Brake.
Zeigertelegraph . . .	Télégraphe à cadran .	Dial Telegraph.
Zelle (galvanisches Element)	Case, Cellule	Cell.
Zerrissen (Leitung) . .	Déchiré	Broken.
Zersetzung	Décomposition . . .	Decomposition.
Zerstreuung (der Elektricität)	Déperdition	Leakage.

Zinkvitriol	Sulfate de zinc . . .	Zinc sulphate.
Zischen des Lichtbogens	Sifflement	Hissing.
Zurückwerfungsmethode.	Méthode de renvoi . .	Methode of recoil.
Zweig	Branche	Branch.
Zweigleitung	Embranchement . . .	Shunt.

Index.

Nachtrag.

Aus dem soeben erschienenen zweiten Band von Wiedemann's Elektricitätslehre ist über die Beziehung zwischen Strom und Wärme noch Folgendes bemerkenswerth:

Das Gesetz von Joule-Lenz lautet:

$$A \,.\, Q = i^2 \mathrm{w} = i E = \frac{E^2}{\mathrm{w}}$$

die durch den galvanischen Strom i in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge in einem Draht bedeutet, dessen Widerstand w ist. E ist die elektromotorische Kraft, welche den Strom erzeugt, A das Arbeitsäquivalent der Wärme.

Wenn durch einen linearen Leiter ein Strom i positiver Elektricität fliesst, welcher die Elektricitätsmenge e in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt führt, so ist die geleistete Arbeit:

$$L = i\,(V_1 - V_0)$$

wo V_1 und V_0 die Potentiale am Anfang und Ende des Leiters der freien Elektricität auf die bewegte sind; oder da diese Differenz nichts anderes, als die im Leiter wirkende elektromotorische Kraft ist:

$$L = i \,.\, E = i^2 \mathrm{w}$$

was mit der obigen Gleichung stimmt.

Wenn man i der Einheit gleich setzt, so hat man

$$L = E \text{ und } L = \text{w}$$

Die elektromotorische Kraft ist also die Arbeit, welche durch einen von jener Kraft herrührenden Strom von der Intensität Eins in dem Schliessungskreise erzeugt wird, und der Widerstand eines Leiters ist ebenfalls gleich dem Arbeitsäquivalent der durch einen Strom von der Intensität Eins in ihm erzeugten Wärme.

Wird der Strom durch eine Batterie geliefert, in welcher chemische Processe stattfinden, also z. B. eine bestimmte Masse Zink als elektropositive Erregerplatte aufgelöst wird, so ist auch diese der Strom-Intensität proportional. Somit ist die im Schliessungskreise erzeugte Wärmemenge proportional der gleichzeitig in der Kette aufgelösten Masse Zink.

Ist in den Schliessungskreis eine Zersetzungszelle eingeschaltet und ist die ursprüngliche Intensität des durch dieselbe geleiteten Stromes gleich J, der Widerstand des Schliessungskreises gleich w, so ist die in demselben in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge:

$$Q = \frac{J^2 \text{w}}{A}$$

während sich gleichzeitig in der Batterie ($z . J$) Aequivalente Zink lösen. Entsteht in der Zersetzungszelle eine Polarisation, durch welche die Strom-Intensität auf i, die Zahl der in der Zeiteinheit gelösten Aequivalente Zink (auf $z . i$) reducirt wird, so wird nun im Schliessungskreise die Wärmemenge:

$$q = \frac{i^2 \text{w}}{A}$$

entwickelt und nebenbei bei der Ausscheidung von $z\, i$ Aequivalenten der Jonen des Elektrolytes die Wärmemenge W absorbirt. Die gesammte, bei der Auflösung von einem Aequivalent Zink geleistete Arbeit oder erzeugte Wärme muss in beiden Fällen gleich sein, also ist:

$$\frac{\mathrm{w}\,J^2}{A\,.\,\mathfrak{z}\,.\,J} = \frac{W + \frac{\mathrm{w}\,i^2}{A}}{\mathfrak{z}\,i}\text{, d. h: } W = \frac{1}{A}\,\mathrm{w}\,(J - i)\,i$$

Dies ist die durch die Abscheidung der Jonen im Schliessungskreis verlorene Wärme. Durch die Abscheidung werden die Elektroden polarisirt und die elektromotorische Kraft der Polarisation ist:

$$P = \mathrm{w}\,(J - i)$$

Wird der Zersetzungsapparat für sich durch einen Draht geschlossen und ist w_1 der Widerstand der neuen Schliessung, so ist die Stromintensität darin:

$$i_1 = (J - i)\,\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{w}_1}$$

die Menge der in der Zeiteinheit sich wieder vereinenden Jonen an den Elektroden:

$$\mathfrak{z}\,(J - i)\,\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{w}_1}$$

Aequivalente und die erzeugte Wärmemenge:

$$W_1 = \frac{(J - i)^2}{A}\,\frac{\mathrm{w}^2}{\mathrm{w}_1}$$

Sind die ganzen $\mathfrak{z}\,i$ Aequivalente der durch den primären Strom abgeschiedenen Jonen auf den Elektroden geblieben und vereinen sich wieder, so ist die hiebei erzeugte Wärmemenge gleich:

$$W_1\,\frac{\mathfrak{z}\,i}{\mathfrak{z}\,(J - i)\,\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{w}_1}} = \frac{\mathrm{w}}{A}\,(J - i)\,i = W$$

d. h. es wird, wie natürlich, die verlorene Wärme wieder gewonnen. W wird zum Maximum, wenn

$$i = \frac{1}{2}\,J$$

also die elektromotorische Kraft der Polarisation die Hälfte von der des polarisirenden Stromes ist.

Wird ein Draht erwärmt, so nimmt s eine Temperatur zu an:

$$t = \frac{i^2\, \mathrm{w}_0}{\pi^2\, c\, r^4}$$

wo w_0 der specifische Widerstand, c die specifische Wärme der Volumeinheit und r der Halbmesser des Querschnitts ist. Dabei ist vorausgesetzt, dass keine Wärme verloren gehe.

Kommt der Draht zum Glühen, so ändern sich w_0 und c wesentlich. Sieht man davon ab, nimmt aber auf den Wärmeverlust Rücksicht, der hier beträchtlich ist, so folgt:

$$t = \frac{i^2\, \mathrm{w}_0}{2\, \pi^2\, r^3} \cdot \frac{q}{q_1}$$

wo q die vom Strom Eins beim Widerstand Eins zugeführte und q_1 die in der Zeiteinheit aus der Flächeneinheit ausströmende Wärmemenge ist.

Die gesehene Helligkeit ist eine einfache Function der Temperatur, die Helligkeit der Beleuchtung eines Schirmes hängt von der Oberfläche des Drahts, welcher dem Schirm zugekehrt ist, ab und lässt sich durch $\pi\, r\, l f(t)$ ausdrücken, wo l die Länge des Drahts ist. Die Function $f(t)$ scheint nahe der Temperatur proportional zu sein.